CAPÍTULO IV

Trazado en perfil.

60. Consideraciones generales. — La pendiente de un camino depende, dentro de los límites de una lógica economía, de las características del terreno en que su trazado se desarrolla. De las dos variables, "tortuosidad" del camino en relación con su planta y las pendientes máximas de su perfil, depende el volumen de tierras a mover en un terreno determinado, y, por tanto, la economía del trazado. Aumentando el número de curvas, su desarrollo y las pendientes máximas, "ciñéndonos al terreno", se puede llegar a un coste mínimo de la explanación: en planta, el límite de las condiciones específicas vendrá determinado porque los vehículos *puedan entrar* en las curvas; en perfil, no se podrán forzar excesivamente las pendientes, si queremos que los vehículos *puedan salvarlas;* existirá un límite máximo, del cual no se podrá pasar. Pero el trazado más económico de construcción no será normalmente el más conveniente de explotación; la economía del trazado habrá impuesto valores reducidos de la velocidad de explotación del camino y el consumo de combustible, carbón o carburantes líquidos por tonelada, será excesivo. Habrá, por tanto, "un trazado límite" y "un trazado económico", que impondrán unas condiciones específicas que hagan mínima la suma de la anualidad de construcción y de los gastos de explotación del camino.

61. Pendiente de límite (o de frenado) para tracción animal. Es aquella pendiente para la cual el vehículo inicia el movimiento, sin que sea preciso ningún esfuerzo motor, o sea, si llamamos P al peso del vehículo; P_c, al de las caballerías; n, al número de éstas; i_l, a la pendiente límite, y R, a la resistencia específica al movimiento,

$$P \cdot R + i_l \cdot (P + n P_c) = 0,$$

de donde,

$$i_l = -\frac{R P}{P + n P_c}.$$

Normalmente, nP_c es pequeño con relación a P y puede prescindirse de él sin error apreciable, y entonces:

$$i_l = -R.$$

Si la pendiente del camino es menor que i_l, para descender será necesario esfuerzo motor; si es mayor que la pendiente límite, deberán actuar los frenos; para valores normales, la pendiente límite es el 3 por 100.

62. Pendiente límite para tracción mecánica. — Análogamente, tendremos:

$$O = P(i_l + R);$$

de donde,

$$i_l = -R.$$

Normalmente, puede tomarse para pendiente límite el 1 por 100.

63. Pendiente máxima para tracción animal. — Llamando i a la pendiente media e i_m a la pendiente máxima, la ecuación del esfuerzo motor para la primera es, siendo n el número de caballerías:

$$nF = (P_v + Q)(R + i) + nP_c\, i, \qquad [1]$$

siendo P_v, la carga del vehículo; Q, su peso, y P_c, el peso de una caballería.

Con la pendiente máxima, i_m, tendremos, análogamente:

$$n \cdot F_{\text{máx}} = (P_v + Q)\ (R + i_m) + n\, P_c\, i_m; \qquad [2]$$

despejando $P_v + Q$ de la [1] y sustituyendo en [2], tendremos:

$$F_{\text{máx}} = (F + P_c\, i)\,\frac{R + i_m}{R + i} + P_c\ i_m,$$

y de aquí, despejando i_m:

$$i_m = \frac{(F_{\text{máx}} - F)\, R + (F_{\text{máx}} + R\, P_c)\, i}{F + P_c \cdot R};$$

suponiendo como cifras normales

$$F = \frac{1}{6} P_c \text{ y } F_m = 2\,F = \frac{1}{3} P_c,$$

se tiene:

$$i_m = \frac{\frac{1}{6} R + \left(\frac{1}{3} + R\right) i}{\frac{1}{6} + R} = \frac{R + (2 + 6\,R)\,i}{1 + 6\,R};$$

fórmula de la cual se obtiene la pendiente máxima en función de la pendiente media, i, de la resistencia específica, R; para $R = 0{,}05$ (macadam en buen estado), tendremos:

$$\begin{array}{ll} i = 0 & i_m = 0{,}0385 \\ i = 0{,}025 & i_m = 0{,}0827 \\ i = 0{,}05 & i_m = 0{,}122 \end{array}$$

El valor de la pendiente máxima admisible, en función de las características del vehículo y de la carretera, se deduce despejando i_m de la [2].

$$i_m = \frac{n \,.\, F_{\text{máx}} - (P_v + Q) \,.\, R}{P_v + Q + n\,P_c};$$

ahora bien: $nF_{\text{máx}} = P \times \mu_r$, siendo P el peso adherente $= P_v + Q$, y μ_r el coeficiente de rozamiento por rotación; luego,

$$i_m = \frac{P\,(\mu_r - R)}{P + n\,P_c}.$$

64. Pendiente máxima admisible para tracción mecánica. — Siendo P_a el peso adherente (el que actúa sobre las ruedas motoras), y P, el peso del vehículo; P_r, el del remolque; μ_r, el coeficiente de rozamiento por rotación; R, la resistencia específica total, e i_m, la pendiente máxima, tendremos:

$$\mu_r \times P_a = (P + P_r) \times (R + i_m);$$

de donde se deduce:

$$i_m = \frac{\mu_r\,P_a}{P + P_r} - R, \qquad [1]$$

siendo, como ocurre normalmente,

$$P_a = \frac{2}{3} P \quad \text{y} \quad P_r = \frac{3}{4} P,$$

resulta $i_m = 0{,}381\ \mu_r - R$, y, si no existe remolque:

$$i_m = \frac{2}{3}\mu_r - R;$$

con $\mu = 0{,}2 : R = 0{,}02$, tenemos, respectivamente,

$$i_m = 0{,}0561 : i_m = 0{,}113;$$

estos valores corresponden a un valor mínimo de μ_r. La fórmula [1] nos demuestra que podemos aumentar la pendiente aumentando el coeficiente del rozamiento del camino, el peso adherente del vehícuio o manteniendo constantes estas dos cantidades y disminuyendo los pesos totales del tractor y remolque o la resistencia específica total.

65. Valores prácticos de la pendiente máxima. — La Instrucción española de carreteras establece las siguientes pendientes máximas para las de nueva construcción:

Carreteras nacionales	5 %
" comarcales	6 "
" locales	7 "

En las autoestradas alemanas se fija una pendiente máxima de 4 por 100, en terreno llano; 6 por 100, en terreno ondulado y zonas muy pobladas, y 8 por 100, en terreno montañoso.

Los italianos fijan como pendientes máximas:

Caminos de primera categoría en terreno llano	$i_m =$	2,5 %
" " " " ondulado	=	4 "
" " " en montaña	=	6 "
" de segunda categoría en terreno poco accidentado	=	3 "
" " " en montaña	=	7 "
" vecinales	=	9 "
Pistas de montaña	=	16 "

Nuestra opinión es que, cuando las dificultades del terreno *lo exigen,* se puede llegar, excepcionalmente, en carreteras de primera y segunda categoría, hasta el 10 por 100; en algunos casos se han sobrepasado estos límites. Las máximas pendientes admitidas en las autoestradas alemanas, afirman nuestro criterio; la Instrucción española es, en este extremo, tal vez excesivamente exigente, pues los automóviles modernos admiten perfectamente pendientes mayores; y resulta antieconómico, y en trazados difíciles prohibitivo, los pequeños límites máximos que fija; los tramos pendientes excepcionales *deben ser cortos,* para evitar la fatiga de los motores, o caballerías en la tracción animal; entre ellos, deben intercalarse tramos de descanso; se deben evitar también las pendientes excepcionales, coincidiendo con curvas de radio reducido (como frecuentemente ocurre en los trazados de montaña), pues el esfuerzo motor se disminuye al entrar en ellas y, por tanto, resulta menor la pendiente admisible; las curvas de los trazados de montaña, deben estar, por esta causa, cuidadosamente estudiadas, con curvas de transición, cuando sea preciso.

66. El problema del enlace de rasantes. Las curvas verticales. Las diferentes rasantes, que constituyen el perfil longitudinal de un camino, no deben unirse entre sí bruscamente, por razones de seguridad y comodidad del tráfico.

La seguridad del tráfico impone una visibilidad que no sólo es preciso exista en planta, sino que también es necesaria en perfil; cuando la diferencia algebraica de los valores absolutos de dos rasantes es superior a un cierto valor, que depende de la velocidad específica del camino, el acuerdo entre ellas ha de hacerse con una curva vertical de un radio mínimo, que asegure la distancia de visibilidad necesaria. Por otra parte, al cambiar la rasante, cambia la componente vertical del esfuerzo motor, no sólo en valor, sino incluso en signo, y esto produce un trabajo sobre las ballestas del coche, que, si es excesivo, puede ser origen de sacudidas bruscas, que son molestas para el viajero y perjudiciales para el vehículo; ello obliga también al empleo de curvas verticales de acuerdo, que cumplan determinadas condiciones.

67. Visibilidad. — Se conviene en tomar como signos de las pendientes, marchando de izquierda a derecha: positivos, cuando van subiendo, y negativos, cuando van bajando.

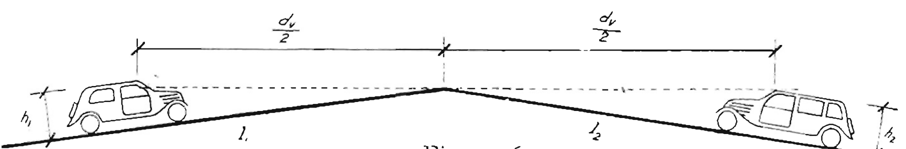

Figura 56.

Se denomina ángulo de las rasantes el que forman las dos que se consideran; para pendientes pequeñas, es la diferencia algebraica entre las inclinaciones expresadas en %, puesto que

$$\gamma = \alpha + \beta$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{i_1 + (-i_2)}{1 + i_1 i_2} \approx i_1 - i_2 .$$

Sean dos rasantes de inclinaciones respectivas, i_1 ($-i_2$), y sea d_v la distancia de visibilidad precisa, calculada de acuerdo con las características específicas del camino; con las notaciones de la figura 56, tendremos:

$$\frac{d_v}{2} = \frac{h_1}{i_1}; \quad \frac{d_v}{2} = \frac{h_2}{(-i_2)}; \quad i_1 = \frac{h_1}{\frac{d_v}{2}}; \quad -i_2 = \frac{h_2}{\frac{d_v}{2}};$$

luego

$$i_1 - i_2 = \frac{h_1 + h_2}{\frac{d_v}{2}};$$

para una altura de la vista del conductor, $h_1 = h_2 = 1{,}20$, y una distancia de visibilidad, $d_v = 130$ m., resulta $i_1 - i_2 = 0{,}0369$; si la dife-

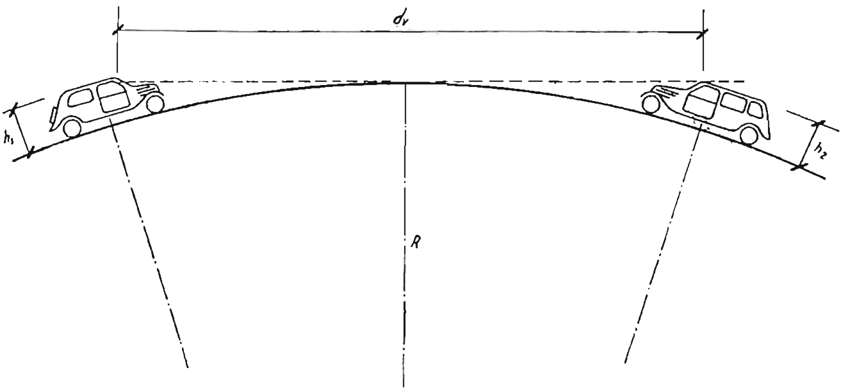

Figura 57.

rencia de pendientes es superior al 3,7 por 100, será preciso, para tener la visibilidad necesaria, que el acuerdo de las dos rasantes se haga con una curva. Suponiendo sea ésta un círculo de radio, R, se tendrá con las notaciones de la figura 57:

$$(R + h_1)^2 = R^2 + \left(\frac{d_v}{2}\right)^2;$$

de donde:

$$R = \frac{d^2_v}{8\,h_1} - \frac{h_1}{2};$$

el segundo término es muy pequeño en relación con el primero, podemos despreciarlo, y entonces R valdrá:

$$R = \frac{d_v^2}{8\,h_1},$$

para distancias de visibilidad de 130 m. y $h_1 = 1{,}20$, el radio, R, necesario resulta 1.760 m.

68. Condiciones para la regularidad de la marcha. — Si tenemos dos rasantes con inclinaciones i_1 e i_2, su enlace conveniente será por una curva, cuya longitud sea tal que la variación proporcional de inclinación de la rasante $\frac{i_1 - i_2}{L} = i$ sea admisible.

Como límites prácticos de i admiten los ferrocarriles americanos 0,33 por 100 en divisoria y 0,16 por 100 en vaguada. En caminos no se han fijado límites prácticos; pero, desde luego, tienen que ser más elevados, pues los fijados para ferrocarriles exigen curvas verticales de desarrollo muy grande, que resultan antieconómicas.

Es preciso fijar un máximo en la variación proporcional de inclinación de la rasante, para evitar un movimiento vertical excesivo en el vehículo. Cuando un vehículo pasa de una rasante a otra, sin curva de enlace, existe una variación de la componente vertical de la fuerza, que, si es superior a la resistencia que presentan las ballestas del coche, produce movimientos bruscos en la caja; cuando las dos rasantes están unidas por una curva de acuerdo, estas oscilaciones son debidas a la fuerza centrífuga; ésta no debe ser superior a la resistencia que oponen al movimiento los elementos de suspensión, ballestas y amortiguadores.

La variación de la flecha de la ballesta tiene lugar, según una ley lineal (Stabilini):

$$y = a + b\,P,$$

donde a y b son dos constantes; asimismo la resistencia al movimiento de la ballesta sigue una ley lineal:

$$R = a_1 + b_1\,P,$$

en la que a_1 y b_1 son dos constantes.

Sea $Z = f(x)$ la ecuación del perfil longitudinal de la vía, y ρ el radio de curvatura en el punto considerado. La fuerza centrífuga será $F_c =$ $\frac{P}{g} \cdot \frac{v^2}{\rho}$, dirigida hacia arriba o abajo, según la convexidad de la curva esté dirigida en uno u otro sentido. La resistencia de la suspensión del coche será:

$$R = a_1 + b_1 \left(P \mp \frac{P}{g} \times \frac{v^2}{\rho}\right),$$

según el sentido de la curvatura; luego la condición, para que no haya movimiento, será:

$$a_1 + b_1 \left(P \mp \frac{P}{g} \frac{v^2}{\rho}\right) > \frac{P\,v^2}{g\,\rho}; \qquad [1]$$

de donde:

$$\rho > \frac{v^2}{g} \times \frac{1 \pm b_1}{\frac{a_1}{P} + b_1}.$$

La curva teóricamente preferible es la parábola de segundo grado, ya que en ella la variación proporcional de inclinación de la tangente es constante en todos sus puntos; en efecto, de su ecuación se deduce:

$$y^2 = 2\,p\,x\,;\; x = \frac{1}{2\,p}\,y^2\,;\; \frac{dx}{dy} = \frac{y}{p} = \operatorname{tg}\varphi\,;\; \frac{d^2x}{dy^2} = \frac{dtg\,x}{dy} = \frac{1}{p}.$$

el replanteo y trazado de la parábola de segundo grado no ofrece dificultades; pero, a pesar de ello, más frecuentemente se emplea el círculo, cuyas ordenadas se pueden calcular, o tomarlas de las tablas, que en gran número existen, preparadas para el replanteo de curvas de caminos.

En el origen de la curva se pasa de un radio infinito de la rasante a uno finito, tanto en la parábola como en el círculo, y para tenerlo en cuenta, algunos autores multiplican por 2 el segundo miembro de la [1]; el valor del radio preciso será:

$$\rho > \frac{v^2}{g} \times \frac{2 \pm b_1}{\frac{a_1}{P} + b_1}.$$

Los valores a_1 y b_1 dependen de la naturaleza de la suspensión del vehículo: como cifras medias, con amortiguadores, se puede tomar $a_1 = 10$ a 12; $b_1 = 0{,}006$; con un vehículo de 350 Kg. de peso por ballesta, a una velocidad de 90 Km./hora, para $a_1 = 11$, $b_1 = 0{,}006$, resulta el radio preciso de 3.415 m. Con una distancia de visibilidad de 130 m., aproximadamente la precisa para la velocidad específica fijada, y 1,20 m.

de altura de la vista del conductor, el radio mínimo necesario para la visibilidad sería, en números redondos, 1.800 m., suficiente en la práctica, y que coincide sensiblemente con el obtenido por razón del movimiento del vehículo, sin aplicar el coeficiente *2* por la brusca aparición de la fuerza centrífuga; y es que, en realidad, entendemos resulta excesivo aplicar este coeficiente, pues los radios son muy grandes y la fuerza que bruscamente aparece es la diferencia entre la componente vertical de la fuerza viva en la rampa y la fuerza centrífuga debida a la curvatura.

La longitud de la curva de acuerdo será, si i_1 e i_2 son las pendientes de las rasantes y α su ángulo, sustituyendo, aproximadamente, el arco por la cuerda:

$$L = 2R \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \approx 2R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = R \frac{i_1 - i_2}{1 - i_1 i_2} \approx R \, (i_1 - i_2)$$

En la práctica, el círculo o la parábola de segundo grado se sustituye por un polígono inscrito; es decir, por una serie de rasantes diferentes, en las cuales el ángulo entre dos consecutivas es constante; interesa, por esta razón, determinar cuál es la máxima variación de rasante admisible, para que no exista inconveniente para el movimiento.

La componente vertical de la velocidad v será $u = v \operatorname{sen} \alpha \approx v \operatorname{tg} \alpha$ y, por tanto, la fuerza que actuará sobre la ballesta del vehículo:

$= \frac{1}{2} m v^2 =$ $$\frac{P}{2g} v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha;$$

si y es la flecha de la ballesta por la acción de esta carga, la estática equivalente, Q, será la que produzca el mismo trabajo, o sea:

$$\frac{Q\,y}{2} = \frac{P}{2g} v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha;$$

de donde:

$$Q = \frac{P}{g} \times \frac{v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{y}; \qquad [1]$$

este valor de Q debe ser menor que la resistencia de la suspensión del coche, o sea:

$$Q < a_1 + b_1 (P \mp Q); \qquad [2]$$

en la cual el signo menos corresponde a $i_1 - i_2 > 0$, y el signo $+$ a $i_1 - i_2 < 0$; sustituyendo la [1] en la [2], tendremos:

$$\frac{P}{g} \frac{v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{y} < a_1 + b_1 \left(P \mp \frac{P}{g} \frac{v^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{y} \right).$$

y como, por otra parte, $y = a + bP$, se tiene una relación que liga tg α con cantidades todas conocidas; con los coeficientes a, b, a_1 y b_1 y el valor de P normales en la práctica resulta.

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{\sqrt{g}}{v} \times 0{,}011\,,$$

en la cual g y v están en metros y segundos; para $v = 100$ Km./hora $=$ $= 27{,}77$ m./segundo,

$$\operatorname{tg} \alpha < 0{,}00125\,;$$

o sea, que la máxima diferencia de pendiente que podremos admitir entre dos rasantes consecutivas para esta velocidad específica será 1,25 por 1.000.

En un círculo de radio R la longitud de los lados de la poligonal correspondiente a un ángulo α en el centro será:

$$d = 2\,R \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \approx 2\,R \times \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha \qquad [3]$$

Para $R = 2.000$ m.; tg $\alpha = 0{,}00125$, resulta $d = 2{,}50$ m. Los valores de x e y se calculan, sencillamente, por la fórmula:

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2}. \qquad [4]$$

En la práctica, es más conveniente determinar las coordenadas X e Y con relación a un eje horizontal y uno vertical, que forman un ángulo α_1 con la primera rasante (fig. 58); sus valores serán:

$$\begin{aligned} X &= x \cos \alpha_1 - y \operatorname{sen} \alpha_1\,; \\ Y &= x \operatorname{sen} \alpha_1 + y \cos \alpha_1\,; \end{aligned} \qquad [5]$$

con la fórmula [4] se calculan para un valor de R los valores de y, que corresponden a una serie consecutiva de valores de X, que nos den distancias, d, inferiores a las calculadas por [3], y luego, por la [5], y conocido α, ángulo de la primera rasante con la horizontal, los valores correspondientes de X e Y, que nos sirven para efectuar el trazado y replanteo de la curva en el terreno. La Instrucción española fija que la suma del peso, P, del coche y de la fuerza centrífuga, F, no sea superior a vez y cuarta el peso normal, o sea $F + P = 1{,}25\ P$; F vale

$$\frac{m\,v^2}{R} = \frac{P}{g} \times \frac{v^2}{R}$$

siendo v la velocidad y R el radio de la curva vertical; sustituyendo, se tiene:

$$\frac{P}{g}\,\frac{v^2}{R} + P = 1{,}25\,P;$$

de cuya igualdad se determina v en función de R ó R en función de v.

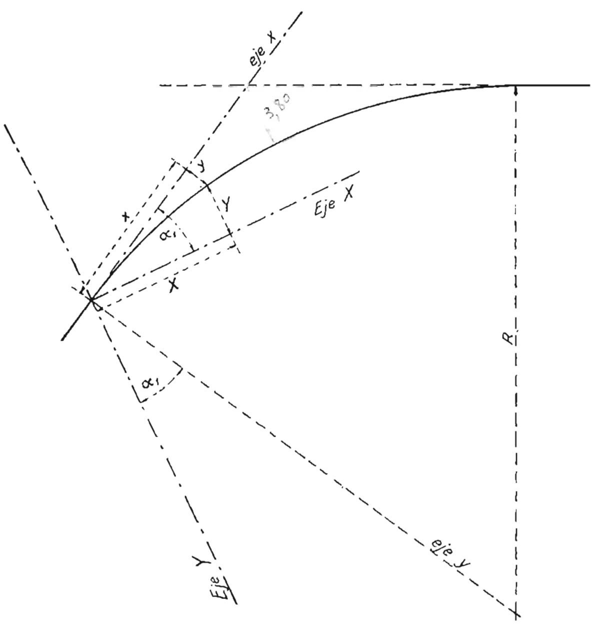

Figura 58.

Ejemplo: El mismo camino del ejemplo del epígrafe **55**, con 8 m. de anchura, velocidad de 100 Km./hora y firme de hormigón hidráulico ($\mu = 0{,}60$) se encuentran dos rasantes, $i_1 = 0{,}06$ e $i_2 = -0{,}05$; se quiere calcular la curva de enlace en perfil.

La distancia de visibilidad calculada en recta es $d_v = 147{,}68$ m.; la tangente del ángulo de las dos rasantes vale tg $\gamma = 0{,}06 + 0{,}05 = 0{,}11$; con una altura de la vista del conductor de 1,20 m., la tangente del ángulo de las rasantes no deberá exceder de

$$\frac{h_1 + h_2}{\frac{d_v}{2}} = \frac{4 \times 1{,}20}{147{,}68} = 0{,}0325;$$

como tenemos una superior, es preciso un enlace circular con un radio

$$R = \frac{d_v^2}{8\,h} = 2.271{,}81 \text{ m.} \approx 2.300 \text{ m.};$$

las condiciones de regularidad de la marcha exigen, sin tener en cuenta el coeficiente *2* por la brusca aparición de la fuerza centrífuga, un radio mínimo

$$R_1 = \frac{V^2}{3{,}6^2 \times g} \quad \frac{1 - b_1}{\dfrac{a_1}{P} + b_1};$$

tomando $b_1 = 0{,}006$; $a_1 = 12$; $P = 350$, el valor de R_1 resulta:

$$R = 2.485 \text{ m.} \approx 2.500 \text{ m.}$$

La Instrucción española exige:

$$\frac{P}{g} \times \frac{v^2}{R} + P = 1{,}25\,P;$$

que, expresando V en Km. por hora, da, para valor de R,

$$R = \frac{V^2}{3{,}6^2 \times 0{,}25 \times g} = 3.145 \text{ m.};$$ (?).

bastante superior a los determinados con arreglo a los criterios expuestos. Adoptando un radio, $R = 2.500$ m., la flecha del arco (máximo desmonte en relación con las rasantes rectas) será de 3,80 m. La curva se podría sustitutir por un polígono cuyos lados formasen entre sí, como máximo, un ángulo cuya tg $\alpha < 0{,}00125$; la longitud del lado de dicho polígono sería:

$$d = 2\,R \times \frac{1}{2}\,\text{tg}\,\alpha = R\,\text{tg}\,\alpha = 2.500 \times 0{,}00125 = 3{,}125 \text{ m.}$$

69. Accesos a puentes. — Es problema muchas veces complicado y que, de no resolverlo en forma adecuada, tiene consecuencias de importancia: para el tráfico que la vía ha de servir y para la estética de la obra en sí. Es costumbre equivocada resolver el problema del puente exclusivamente desde el punto de vista del paso del río, dando una importancia secundaria a sus accesos; por ejemplo, la colocación del puente normal al curso del agua obliga muchas veces al establecimiento de curvas de entrada y salida, difíciles y peligrosas, que, además, pueden hacer que la estética de la obra pierda mucho, pues no ha de olvidarse que los principales puntos de vista del puente están en el camino. En general, un estudio detenido del problema permitirá llegar a soluciones aceptables. La rasante del puente nunca debe volver su concavidad hacia arriba, pues ello repercutiría en un mal efecto mecánico a la vista; debe procurarse sea convexo hacia arriba, con un bombeo simétrico, si es posible, con relación al eje, y que las rampas de acceso sean rectas en una longitud, por lo menos, de 60 m. La rasante del puente no debe ser recta, pues dará lugar a una sensación de concavidad; si la rasante es rectilínea, horizontal o inclinada, la del puente debe trasladarse paralelamente a ella, para lograr un bombeo, $c = \frac{1}{500} L$; cuando la inclinación de la rasante sea mayor del 3 por 100, el bombeo se reducirá en un 5 por 100 por cada 1 por 100 adicional.

En el caso de que el puente esté situado en vaguada, su rasante se establecerá en horizontal, o con una inclinación muy pequeña; las curvas verticales de acceso pueden tener una longitud muy pequeña, hasta 15 m. en caso necesario. Las anteriores recomendaciones son las que se insertan en el *Boletín* núm. 1.486 del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos, que D. Bienvenido Oliver reproduce en su publicación *Curvas verticales en carreteras*.

Stabilini recomienda el enlace por una curva continua, para el puente y accesos, curva que puede ser de tipo sinusoidal (*Le Strade,* 1934).

Un estudio cuidadoso de cada caso, teniendo como directrices fundamentales la necesidad de una rasante ligeramente convexa hacia arriba en la obra de arte, y la mayor simetría posible de los accesos en relación con la vertical que pasa por el punto medio del puente, darán una garantía de orden estético; el estudio detallado de las condiciones de vialidad, de acuerdo con las reglas generales expuestas, dará la seguridad imprescindible para el tráfico; estas normas deben aplicarse aún con mayor rigor que en el caso general del camino, pues los puentes son siempre puntos peligrosos para la seguridad del tráfico.

70. Ferrocarriles. Adherencia. — La locomotora se mueve sobre los carriles; para que las ruedas motrices avancen es preciso que el esfuerzo tangencial que ejercen sobre aquéllos no sea superior a la resistencia del rozamiento por rotación; si lo fuese, la rueda motora patinaría.

El coeficiente de rozamiento por rotación es normalmente de 1/6 a 1/7; puede elevarse a 1/4 cuando el carril esté muy seco o muy mojado, y descender de 1/10 a 1/11 cuando esté solamente húmedo, recubierto de materias grasas o de hojas caídas. Se puede aumentar, momentáneamente, echando arena seca o agua sobre los carriles, delante de las ruedas motoras, con ayuda de un tornillo sin fin movido a mano o por medio de un chorro de vapor.

El esfuerzo máximo útil de una locomotora tendrá, por tanto, como límite superior, el producto del peso de los ejes motores (que se denomina peso adherente) por el coeficiente de rozamiento por rotación.

71. Resistencia a la tracción. — Para los vagones, se emplea corrientemente la fórmula binomia:

$$R_v = a + b V^2;$$

en la cual a y b son constantes experimentales; V, está expresado en kilómetros por hora, y R_v, en kilogramos; la fórmula se refiere siempre a un solo vehículo; los valores de las constantes son, según FRANK, $a = 2{,}5$:

$b = 0{,}0003$	para vagones de viajeros de	30 T.
$= 0{,}0004$	" " "	15 T.
$= 0{,}00044$	" " "	12 T.
$= 0{,}00041$	" " de mercancías, aproximadamente 50 unidades, cerrados.	
$= 0{,}00032$	para vagones de mercancías de íd. íd., abiertos, de 15 T.	
$= 0{,}00053$	para íd. íd. íd., mitad abiertos y mitad cerrados.	

Se emplea también la fórmula trinomia

$$R_v = a_1 + b_1 V + c_1 V^2,$$

que da la resistencia total de los vagones; para trenes de 200 T., aproximadamente, compuestos de coches de 30 T., con carretones y velocidades de 60-120 Km./hora, según BARBIER, $a_1 = 1{,}6$; $b_1 = 0{,}00416$; $c = 0{,}000456$.

La resistencia de la locomotora viene determinada por la fórmula

$$R_l = a + b V^2;$$

en la cual, $a = 2{,}5$ y $b = 0{,}00067$.

Se emplea también la fórmula trinomia

$$R_l = a + b V + c V^2;$$

en la cual:

$a = 7{,}39$	$b = 0{,}043$	$c = 0{,}00053$	para locomotoras	0-5-0
$a = 5{,}34$	$b = 0{,}051$	$c = 0{,}00055$	" "	1-4-0
$a = 4{,}34$	$b = 0{,}036$	$c = 0{,}00060$	" "	1-3-0
$a = 3{,}93$	$b = 0{,}033$	$c = 0{,}00049$	" "	1-3-1

Para locomotoras eléctricas puede emplearse la fórmula de ARMSTRONG:

$$R_l = \frac{24}{\sqrt{P_a}} + 0{,}01\ V + 0{,}0035 \times \frac{S\ V^2}{P_a},$$

en la cual, P_a es el peso adherente en toneladas; S es el área en $m.^2$ de la proyección de la locomotora sobre un plano normal a la vía. Todas las fórmulas anteriores determinan el conjunto de las resistencias internas y resistencia del aire.

Para el conjunto del tren se utiliza la fórmula

$$R_T = \frac{R_l\ (P_l + P_t) + R_v\ P_v}{P_l + P_t + P_v},$$

en la cual, P_l, P_t y P_v son respectivamente los pesos de la locomotora, ténder y vagones; R_l y R_v los valores determinados anteriormente. El valor de R_T es del orden de los 3,5 Kg. por tonelada de tren para velocidades medias.

72. Influencia de las rampas. — Por el mismo razonamiento que se hizo para los vehículos ordinarios, será de tantos kilogramos por tonelada de peso del tren como milésimas por metro tenga la pendiente.

La resistencia total del tren en una rampa, será: $R = (R_T + i)\ P$; para una resistencia media de 3 Kg. por tonelada, valdrá: $R = (3 + i)\ P$, siendo i la pendiente en milésimas y P el peso adherente; una rampa de 3 milésimas duplicará la resistencia del tren; la multiplicará por 4, una rampa de 9 mm., y por 11, una rampa de 30 mm.

Se ve lo interesante que es, para la económica explotación de un ferrocarril, reducir al mínimo las rampas. Aun suponiendo queden dentro de límites que hagan posible el tráfico, fácilmente se aprecia puede ser conveniente gastar, en primer establecimiento, la cantidad necesaria para reducir a un mínimo las pendientes, y no tener la carga permanente que representa una explotación costosa.

Límites recomendables son:

Grandes líneas	6 mm.
Líneas secundarias	9 mm.

Se puede llegar, compatible con un buen servicio, a una pendiente de 15 mm., si no existe un tráfico pesado de mercancías. En ferrocarriles de trazado en montañas, se ha llegado al 30, 35, y hasta 43 mm., pero estas rampas excesivas no permiten más que una carga remolcada reducidísima.

73. Pendiente en túnel. — En túnel, la resistencia del aire es mayor, y menor el coeficiente de rozamiento por la humedad del ambiente, que el vapor de la locomotora tiende a aumentar; humedad que, unida al polvo de carbón, actúa como una especie de lubrificante sobre el carril; por ello, si μ es el coeficiente de rozamiento a cielo abierto, en túnel será $\mu_t = \alpha \mu$, siendo $\alpha = 0{,}70$, $0{,}80$, $0{,}90$, según las condiciones del túnel, especialmente de ventilación, posición de sus bocas, tipo de tracción, etc.

74. Pendiente en las estaciones. — La pendiente en las estaciones no debe ser superior a la resistencia interna del tren, o sea:

$$i_l = R_i \ ,$$

para pequeñas velocidades, R_i, hemos visto vale 3 Kg. por tonelada de tren; la pendiente límite no puede, por esta causa, exceder de 0,003 m.; es recomendable no exceda de 0,002 m.

75. Tramos de pendiente superior a la máxima. — Existe la costumbre de admitir en un perfil algunos tramos cortos con pendiente superior a la máxima; tramos que pueden salvarse por la fuerza de inercia del tren; no es recomendable, pues existe siempre el peligro de una avería, que obligue al tren a detenerse en ellos; y si esto sucede, no podrá luego arrancar.