

SECCIÓN CUARTA.

PROYECTOS DE CARRETERAS.

Divídese esta sección en seis capítulos. Se dedica el primero al estudio de la influencia que ejercen en la tracción los principales elementos de que depende, y de las condiciones técnicas de rasantes y curvas á que deben sujetarse los proyectos de carreteras; el segundo, á la exposición de las consideraciones administrativas, políticas y facultativas que han de tenerse en cuenta en los estudios; el tercero, á los reconocimientos indispensables para elegir la zona en que conviene desenvolver la traza; el cuarto, á enumerar los datos de toda especie que han de recogerse en el campo; el quinto, á los trabajos de gabinete, comprendiendo la representación gráfica de la zona, el estudio de la traza, en planta y perfil, y la redacción del proyecto; y el sexto, al modo de presentar éste, examinando los diversos formularios que han regido en España, y muy especialmente los actuales.

CAPÍTULO I.

ESTUDIOS SOBRE TRACCIÓN, PENDIENTES Y CURVAS.

Se subdivide en cuatro artículos: 1.º Estudio de la tracción, prescindiendo de la influencia de las pendientes. 2.º Examen de los efectos que éstas producen. 3.º Principios para la elección y distribución de pendientes. 4.º Influencia de las curvas.

I.—ESTUDIO DE LA TRACCIÓN, PRESCINDIENDO
DE LA INFLUENCIA DE PENDIENTES.

Se darán á conocer los resultados deducidos por el General de Artillería Morin y el Ingeniero Dupuit, contradictorios en gran parte, lo que obligará á entrar en ciertas consideraciones (1).

Ensayos de Morin.—Los experimentos ejecutados por Morin, desde 1837 á 1841, en el Parque de Artillería de Metz, por orden de los Ministros de la Guerra y de Obras públicas, se consignaron en un tomo publicado en 1842, del cual se extractan los principios más importantes.

ROZAMIENTO DE RODADURA.—Comenzó Morin por medir la resistencia de cilindros á la rodadura, con objeto de comprobar la exactitud de la ley de Coulomb, que, como es sabido, establece que aquélla varía en razón directa de la presión é inversa del radio de los rodillos. En otros términos, suponiendo aplicada la resistencia, R , tangencialmente á la sección recta del rodillo, y llamando P á la presión y r al radio, debe tenerse:

$$R = A \frac{P}{r},$$

siendo A un coeficiente que depende tan sólo de la naturaleza de la superficie de rodadura.

Morin practicó sus trabajos con cilindros más ó menos cargados, que hacía mover á lo largo de dos vigas horizontales, solicitándolos con pesos suplementarios que se aplicaban tangencialmente en sentido del movimiento, y que graduaba por tanteos hasta lograr que los rodillos marchasen con velocidad constante. En tales circunstancias, es claro que los pesos equilibraban á las resistencias pasivas ocasionadas por el roce.

Las conclusiones de estos primeros ensayos fueron las siguientes:

1.^a En cuerpos fibrosos como la madera, en tejidos esponjo-

(1) Para la exposición de cuanto se dice en este artículo, se ha seguido el sistema empleado por Debauxe en su obra.

sos como el cuero y en materias granillosas como el yeso, la resistencia varía en razón inversa del diámetro de los cilindros.

2.^a En cuerpos compresibles, la resistencia aumenta cuando disminuye el ancho de la zona de contacto.

3.^a En la rodadura de cilindros sobre superficies elásticas, como la del caucho, la profundidad de las impresiones es sensiblemente proporcional á la carga, mientras no se altera la elasticidad; pero aumenta cuando disminuye el ancho del rodillo. La reacción elástica, ó sea la velocidad con que las substancias vuelven á su posición primitiva, no es instantánea en el caucho, y ha de ser mucho menor en los firmes de piedra partida: por consiguiente, no hay que contar con que las superficies de rodadura devuelvan á las ruedas parte del trabajo que recibieron; este fenómeno no se verifica ni siquiera en los caminos de hierro, á pesar de la rapidez de la reacción elástica de los carriles, á consecuencia de la velocidad de marcha de los trenes.

4.^a La experiencia demuestra que en las maderas, y en general en los cuerpos cuya elasticidad se altera por la presión, la resistencia crece más de prisa que aquélla. Parece, por tanto, que los pavimentos de madera han de ser más ventajosos en vías sometidas al tránsito de coches ligeros, que en las frecuentadas por vehículos pesados.

De todo ello dedujo Morin que la ley de Coulomb no es exacta, pero que puede aplicarse en los casos corrientes de la práctica con bastante aproximación.

TRACCIÓN DE VEHÍCULOS.—Se efectuaron los ensayos con tres clases de aparatos:

1.^o Con un árbol de hierro colado, en cuyos extremos se montaban poleas idénticas y en número variable, con objeto de estudiar la influencia del ancho de la zona de contacto; la sobrecarga se componía de discos metálicos atravesados por el eje. Por medio de una tracción constante, tangente á aquél y deducida por tanteos, se llegaba á imprimir al conjunto movimiento uniforme de rodadura en diversas clases de superficies. Calculábase en cada caso la resistencia aplicada al contorno de las poleas, multiplicando el peso motor por la relación entre los diámetros del eje y de aquéllas, determinándose así la influencia de las circunstancias en

que se verificaban los experimentos. El tiempo y la longitud recorrida se medían con aparatos perfeccionados.

2.º Con un árbol, también de hierro colado, en que se modificaban la anchura de llantas y el diámetro de las ruedas con poleas, como en los ensayos anteriores; pero enlazando el eje por sus extremos á un bastidor metálico, al que se enganchaban una ó más caballerías, transmitiéndose la tracción por intermedio de un dinamómetro de punzón (pág. 32).

3.º Con vehículos ordinarios, cuyas varas ó lanza se unían al dinamómetro, y que fueron los más empleados en los experimentos.

Las causas que pueden ejercer influencia más definida é importante en la intensidad del tiro y en la destrucción de los firmes, prescindiendo de las pendientes, cuyos efectos se estudiarán más adelante, son: 1.ª, la carga ó presión sobre el suelo; 2.ª, el radio de las ruedas; 3.ª, la anchura de las llantas; 4.ª, la velocidad; 5.ª, el ángulo de la línea de tracción con la rasante, y 6.ª, la suspensión ó elasticidad más ó menos perfecta del vehículo.

Conservando constantes todos los elementos anteriores menos uno, se determinaba la influencia de éste, deduciendo en cada ensayo el esfuerzo de tiro, T , que correspondía á valores conocidos de la inclinación, i , de la rasante con el horizonte (1); del ángulo, α , de la línea de tracción con aquélla; del peso, P , del árbol y su sobrecarga; del peso, p , del bastidor y las piezas de enganche, el cual peso ejerce presión en los muñones del eje. Llamando además h al desnivel total del suelo en la longitud recorrida, L , se tendrá desde luego que $\text{sen } i = \frac{h}{L}$. La presión total transmitida al suelo por las ruedas será $P + p$; y como p es constante, sólo podrá variar P .

El movimiento del vehículo se conservaba sensiblemente uniforme en todo el ensayo, de suerte que la ecuación del trabajo se obtenía igualando el de las fuerzas motrices al de las resistencias.

La potencia T obra en la longitud L y hace con ésta el ángulo α : el trabajo motor será, pues, $TL \cos \alpha$.

(1) Se supone que i es bastante pequeña para que la tracción se efectúe en las mismas condiciones que en terreno llano.

El trabajo resistente comprende: 1.º, el debido á la gravedad, $(P + p) h$; 2.º, el desarrollado por la reacción, R , que opone el suelo á la rueda, resistencia que se considera aplicada tangencialmente á aquélla; y como el camino recorrido por el punto de aplicación es L , el trabajo resultará igual á RL ; 3.º, el originado por el roce del muñón con el bastidor. Este último se calcula observando que el muñón está sometido á dos fuerzas: la de tiro, T , que forma el ángulo $\alpha + i$ con la horizontal, y el peso p ; la resultante de ambas es el tercer lado de un triángulo en que los otros dos son T y p , que hacen entre sí el ángulo $90^\circ - \alpha - i$ y tiene por expresión:

$$\sqrt{T^2 + p^2 - 2Tp \operatorname{sen}(\alpha + i)}.$$

Multiplicando esta cantidad por el coeficiente de rozamiento, que se llamará φ , y teniendo en cuenta que el camino que recorre el punto de aplicación es igual á L multiplicada por la relación del radio ρ del muñón al r de la rueda, resultará para el valor del tercer trabajo resistente:

$$L \frac{\varphi \rho}{r} \sqrt{T^2 + p^2 - 2Tp \operatorname{sen}(\alpha + i)}.$$

La ecuación final del trabajo será, pues:

$$TL \cos \alpha = \pm (P + p) h + RL + L \frac{\varphi \rho}{r} \sqrt{T^2 + p^2 - 2Tp \operatorname{sen}(\alpha + i)}.$$

Obsérvese que al primer término del segundo miembro se le afecta del signo \pm , porque el trabajo á que se refiere será resistente en las subidas y motor en las bajadas.

De la ecuación precedente se saca:

$$R = T \cos \alpha \mp (P + p) \frac{h}{L} - \frac{\varphi \rho}{r} \sqrt{T^2 + p^2 - 2Tp \operatorname{sen}(\alpha + i)}.$$

Despreciaba Morin el último término, fundándose en que ordinariamente $\frac{\rho}{r} = 0,002$, $\varphi = 0,065$ y $\operatorname{sen} \alpha = 0,262$, y en que, sustituyendo estos valores y haciendo $i = 0$, que es la inclinación de rasante que corresponde al máximo de la cantidad subradi-

cal, resulta siempre que la resistencia producida por el roce del muñón es inferior á 0,02 T . Prescindiendo de ella y tomando cos $\alpha = 0,967$, guarismo que está de acuerdo con el hallado experimentalmente, se reduce la fórmula á

$$R = 0,967 T \mp (P + p) \frac{h}{L}$$

Como en cada ensayo se conocen P , p , h y L y el dinamómetro da T , se puede calcular R y consignar en tablas ó gráficamente sus valores al hacer variar cualquiera de los elementos esenciales.

Lo expuesto es suficiente para comprender la marcha que siguió Morin. Se consignarán ahora los principales resultados á que llegó:

1.º Tanto en los firmes de piedra partida como en los adoquinados, la resistencia es *proporcional á la presión é inversamente proporcional al radio de las ruedas*.

2.º Los desperfectos producidos por los vehiculos en las carreteras son mayores á medida que disminuye dicho radio.

De los dos principios anteriores se desprende que, tanto bajo el aspecto del tiro como de la conservación del camino, conviene que sea el diámetro de las ruedas lo más grande posible.

3.º En los adoquinados la resistencia es independiente de la anchura de las llantas; en los firmes de macadam y en general en todos los suelos compresibles, disminuye la resistencia con dicho ancho, en relación que depende de la naturaleza del suelo. Sin embargo, en las carreteras ordinarias es inútil emplear llantas de más de 0^m,10 á 0^m,12.

4.º La resistencia no depende de la velocidad, estén ó no suspendidas las cajas, cuando la tracción se verifica sobre terrenos blandos, como tierra, arena ó recargos de 0^m,14 á 0^m,16 de espesor.

5.º La resistencia es asimismo independiente de la suspensión, cuando los motores van al paso, sea cuál fuere el camino y aun cuando se trate de adoquinados en buen estado.

6.º En firmes de macadam ó de adoquines, crece la resistencia casi proporcionalmente á la velocidad, desde que ésta pasa de

un metro por segundo. El aumento se hace menos sensible á medida que disminuye la rigidez del carruaje, que su caja está mejor suspendida y que la carretera ofrece superficie más tersa. El incremento es poco perceptible para las diligencias de buenos muelles, en firmes de piedra partida muy bien conservados y sin guijarros sueltos, siempre que los aires de marcha oscilen entre el de paso y el de trote largo.

7.º En un buen adoquinado, terso y unido como el de Metz, la resistencia al paso no excede de los $\frac{2}{3}$, de la que oponen los mejores firmes de piedra machacada; y viene á ser la misma en ambas superficies si la velocidad es la del trote largo, siempre que los coches tengan buenas ballestas. Pero si el adoquinado no está muy terso ó si los prismas presentan juntas demasiado anchas, como ocurre en París, la resistencia al trote es menor en los firmes de macadam, aun para carruajes perfectamente suspendidos.

8.º Para que la inclinación del tiro corresponda al máximo efecto útil, debe crecer aquélla con la resistencia del suelo, y á medida que sea menor el diámetro de las ruedas del juego delantero, lo que induce á que la línea se aproxime á la dirección horizontal en cuanto lo consienta la construcción del vehículo.

Por mandato del Ministro de Obras públicas, dedicóse el General Morin á nuevos trabajos para precisar la influencia de las llantas; pero como quiera que á este asunto no se le da hoy la importancia que se le atribuía hace medio siglo, no se cree oportuno reseñarlos.

Como consecuencia de los experimentos, redactó el mismo autor cuadros de *coeficientes de tiro*, es decir, de relaciones entre el esfuerzo de tracción y la carga, en diferentes pavimentos, para armones de artillería, carros de transporte, carretas y vehículos suspendidos; cuadros que serían de grandísima utilidad si pudieran inspirar confianza. Por desgracia no es así, como en seguida se verá.

Ensayos de Dupuit.—CRÍTICA DE LOS TRABAJOS DE MORIN.—Los principios de Morin se admitieron como verdades inconcusas, hasta el punto de servir de base á la ley de tracción que rigió en Francia, y que regulaba las dimensiones de los carruajes, las cargas admisibles en carreteras y multitud de detalles que constituían trabas penosísimas para el tráfico. En España no

se llegó á tanto; pero por medios indirectos, los aranceles de portazgos, se quiso, aunque infructuosamente, llevar á la práctica buen número de los preceptos de la ley francesa: ya se hicieron indicaciones acerca de este particular en la Sección primera.

Muy poco tiempo después, en 1842 (1), el ilustre Dupuit combatió enérgicamente los resultados obtenidos por Morin, apoyándose en datos experimentales, en razonamientos teóricos y en observaciones vulgares sobre la tracción, llegando á consecuencias muy distintas.

Dupuit dirige las siguientes censuras á los trabajos de Morin: 1.^a Existen errores materiales en los cálculos que pueden seguirse con los guarismos estampados en los cuadros, lo que induce á creer que tampoco serán exactos los números de cuya determinación no ha quedado rastro. 2.^a Admitiendo los que figuran en los estados, no resultan las relaciones que se establecen entre resistencias, cargas y diámetros, llegando las discrepancias hasta el 28 por 100. 3.^a Los ensayos se hicieron con vehículos de cuatro ruedas, sin tener en cuenta la influencia en el tiro de la repartición de la carga, elemento de que no debe prescindirse, pues al marchar en línea recta, las ruedas traseras siguen los surcos de las de delante y el coeficiente de roce es menor para ellas. 4.^a Al coeficiente φ se le ha de hacer igual á 0,12, número próximamente doble que el adoptado por Morin. 5.^a El camino recorrido en cada vuelta por el punto de aplicación de la fuerza que mide el roce del muñón, no es la circunferencia de éste, sino la del buje, de bastante mayor desarrollo. 6.^a No puede aceptarse que para comprobar la razón inversa entre el tiro y los diámetros, se comparen experimentos en terrenos y trayectos muy diferentes, pues estas circunstancias bastan para invalidar todas las consecuencias. 7.^a Tampoco cabe sentar principios acerca de la tracción por recargos, que es esencialmente variable de un punto á otro, según el grado de compresión del macizo. 8.^a El sistema de variar el ancho de las llantas yuxtaponiendo cierto número de po-

(1) Dupuit, *Mémoire sur le tirage des voitures et sur le frottement de roulement*. (Anales de Puentes y Calzadas, 1842.)

leas, hay que rechazarlo en absoluto, porque se modifican á la vez la anchura y la presión, siendo imposible averiguar qué parte ha de atribuirse á cada elemento en las resistencias halladas. 9.^a Si las llantas tienen la influencia que supone Morin, cae por su base la proporcionalidad de resistencias y cargas, porque si la mayor anchura de la llanta disminuye el tiro, forzosamente ha de ser á causa de reducir la presión transmitida al suelo por unidad de superficie.

PROCEDIMIENTOS EMPLEADOS POR DUPUIT.—Incontestable es la fuerza de la mayoría de estos argumentos. Dupuit repitió los ensayos, valiéndose en esencia de los mismos aparatos de Morin, pues si bien al principio usó vehículos ordinarios arrastrados por hombres y midió los esfuerzos interponiendo una romana, en vista de que se discutía la exactitud de tales medios, recurrió al dinamómetro de punzón, aunque colocándolo en la parte posterior de un carruaje especial, al cual se aplicaba el tiro, enganchando el vehículo objeto de ensayos, en el anillo del dinamómetro. Con esta disposición se realizan muchas ventajas: se efectúan los experimentos sin armar y desarmar el aparato, circunstancia esencial en los caminos en que las condiciones atmosféricas hacen variar el tiro lo bastante para que no sean comparables pruebas que no se realicen casi al mismo tiempo; permite tomar cuantas precauciones se juzguen oportunas para que la transmisión del movimiento de las ruedas al dinamómetro sea regular y continua, y simplifica el cálculo del tiro, porque en todos los ensayos se aplica el mismo coeficiente. El sistema admitido se parece mucho al usado por Clapeyron, aprovechando la idea de Poncelet, para medir la tracción en caminos de hierro.

RESULTADOS OBTENIDOS.—Estudió Dupuit la resistencia de los cilindros á la rodadura, colocando rodillos ó pares de ruedas en la parte superior de un plano inclinado, de altura h , y dejándolos caer por su propio peso. El plano inclinado y el terreno horizontal se enlazaban por una superficie curva tangente á ambos, y el peso móvil P , después de llegar al pie del talud, seguía moviéndose, con velocidad cada vez más pequeña, hasta que las resistencias, R , le obligaban á pararse á distancia L del punto de partida. Admitiendo, como parece probado, que la resistencia sea propor-

cional á la carga, establecía Dupuit la igualdad entre el trabajo motor y el resistente, ó sea:

$$Ph = RPL, \text{ de donde se deduce: } R = \frac{h}{L}.$$

En todos los experimentos resultó que hallando el producto $R\sqrt{D}$, es decir, multiplicando el valor de R , sacado de la fórmula anterior, por la raíz cuadrada del diámetro, se obtenía un número constante. Según Dupuit, la resistencia varía, pues, *en razón inversa de la raíz cuadrada de los diámetros*, y no de los mismos diámetros, como suponían Coulomb y Morin.

En apoyo de su conclusión, expuso Dupuit una nueva teoría matemática del rozamiento de rodadura, cuya discusión sale fuera de los límites de esta obra. Resumiendo los resultados experimentales, puede consignarse, á juicio de aquel Ingeniero:

1.º Que en los *firres de piedra partida* y en general, en las superficies tersas y homogéneas, el esfuerzo de tiro es *proporcional á la presión, inversamente proporcional á la raíz cuadrada del diámetro de las ruedas, é independiente de la anchura de las llantas, de la velocidad y de la suspensión*. La tracción T , ó sea la fuerza horizontal necesaria para que ruede en terreno llano un vehículo de peso P y con ruedas de diámetro D , está dada por la fórmula:

$$T = \rho \frac{P}{\sqrt{D}},$$

en la que ρ es constante para cada superficie y expresa la relación que enlaza á la compresibilidad y elasticidad de aquélla: se determina por la relación:

$$\rho = \frac{3}{8} \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon'}},$$

siendo ε' la depresión instantánea que se produce bajo la influencia de una carga, y ε la impresión que queda después de pasar el carruaje.

2.º Que en los *adoquinados* se modifican las leyes anteriores en lo relativo á fenómenos accesorios: el tiro varía siempre *en razón directa de la presión é inversa de la raíz cuadrada del diámetro*;

pero *aumenta con la velocidad*, á causa de los choques continuos que se producen; *disminuye á medida que la suspensión es más perfecta*, sobre todo si las velocidades son grandes; y, por último, dentro de ciertos límites, *se reduce cuando se ensanchan las llantas*.

Comparación de los principios de Morin y de Dupuit.—La lectura de lo que antecede pone de manifiesto las diferencias radicales que existen entre muchas de las bases sentadas por aquellas dos personalidades de tan sólida reputación científica. En el estado actual de los conocimientos, no es posible resolver de plano la cuestión: algunas observaciones demostrarán, sin embargo, que quizá no sean exactos en absoluto los principios de Dupuit, pero que sin duda se acercan mucho más á la verdad que los de Morin. No hay que decir nada respecto á la presión, cuya influencia ambos la aprecian de igual modo; mas se expondrán las razones que inducen á inclinarse al parecer de Dupuit, en lo relativo á llantas y diámetros, prescindiendo de los demás elementos que ofrecen menos interés para el arrastre de vehículos pesados.

INFLUENCIA DE LAS LLANTAS.—Si la anchura de las llantas disminuyera la tracción por carreteras en la fuerte proporción que suponía Morin, el hecho no hubiera pasado inadvertido tanto tiempo, y nunca se habría necesitado acudir á sanciones penales para establecer la disposición más ventajosa. Por el contrario, la tendencia de la industria ha sido siempre aumentar las cargas y disminuir las llantas, porque por experiencia secular é independientemente de lucubraciones técnicas, se sabe que el tiro varía en razón directa de la carga y que no lo altera el ancho de las llantas, de suerte que hay interés en reducir éste cuanto sea factible, para aumentar el peso útil transportado. Es hecho comprobado en todas las industrias antiguas que al cabo de numerosos tanteos se acaba por descubrir los procedimientos más útiles y económicos en la práctica, limitándose la misión de la ciencia á inquirir los fenómenos que los justifican.

Aun cuando es ya general no preocuparse con la tan discutida influencia de las llantas, no huelga transcribir el párrafo siguiente de la Memoria de Dupuit:

«Haciendo caso omiso de las llantas tan estrechas que cortasen el firme, y á las cuales no pueden aplicarse las leyes del tiro, como no se aplican las

del rozamiento á los cuerpos que deslizan sobre aristas agudas, es preciso dejar en libertad á la industria para resolver el problema del ancho, consultando sólo la estabilidad del carruaje y la solidez y duración de las ruedas. En cuanto á su influencia en la carretera, no hay que olvidar que una llanta de 0^m,17 obra al cabo de pocos días como si fuera de 0^m,14, y transcurridos algunos meses, como si sólo midiese 0^m,11.»

INFLUENCIA DEL DIÁMETRO DE LAS RUEDAS.—Á este importantísimo elemento se atribuyen papeles muy distintos por los dos experimentadores. Ante todo, conviene consignar que Coriolis, en la Memoria que publicó en 1832 (1), llega al resultado de que la tracción varía en razón inversa de la potencia $\frac{2}{3}$ del diámetro, lo que se aproxima mucho más al principio de Dupuit que al de Morin.

Pero basta una consideración muy sencilla para convencerse de la inexactitud de la ley propuesta por el último. Los camiones que se emplean para el transporte de bultos desde las estaciones á los domicilios de los destinatarios, son de ruedas muy pequeñas, á veces de 0^m,40 á 0^m,50 de diámetro, por manera que de ser cierto el resultado á que, de acuerdo con Coulomb, llegó Morin, exigirían tracción cuádruple que los carros ordinarios, construídos con ruedas de 1^m,60 á 2 metros. En éstos, la carga corriente sancionada por la práctica, en vías de rasantes poco inclinadas, es de 1.000 kilogramos por caballería, de suerte que un motor enganchado á un camión sólo arrastraría de 250 á 300 kilogramos, peso inferior muchas veces al del vehículo vacío. Tal consecuencia demuestra la falsedad de la base del razonamiento.

Coefficientes de tiro.—Los determinados por Morin son excesivamente bajos: en superficie no muy tersa y con armones de ruedas de 1^m,56 de diámetro, lo fijó en $\frac{1}{12}$, ó sea en un esfuerzo de 14 kilogramos para el arrastre de una tonelada. Hace observar Dupuit: 1.º, que ningún experimentador ha hallado nunca coeficiente inferior á $\frac{1}{50}$, y que él mismo jamás obtuvo esfuerzo que bajase de 22 kilogramos en toda la serie de ensayos á que se dedicó; 2.º, que para probar la inexactitud del guarismo de Morin,

(1) Coriolis, *Des circonstances qui influent sur le tirage des chevaux et sur la conservation des routes dans le mouvement des voitures.* (Anales de Puentes y Calzadas, 1832.)

no hay más que colocar un armón con ruedas de 1^m,56 en una pendiente de 0,014, y se verá que, vencida la fuerza de inercia, el vehículo no desciende por su propio peso, ni se logra que lo verifique hasta que la inclinación es de 0,02 ó $\frac{1}{50}$.

Por lo demás, si fuese cierta la ley de Morin, se podrían alcanzar resultados tan curiosos como los siguientes:

1.º Como un caballo desarrolla sin dificultad un esfuerzo de 30 á 45 kilogramos, se deduce que la práctica de enganchar un motor por tonelada es viciosa, y que no habría inconveniente en reducir el tiro á la mitad y aun á la tercera parte, porque la tracción de 14 kilogramos, con ruedas de 1^m,56, baja hasta 10 kilogramos, según la ley de Morin, aumentando el diámetro á 2 metros. Se parte siempre de la hipótesis de que el terreno sea horizontal ó con cortísima inclinación.

2.º Puesto que en firmes de macádam la tracción sería sólo de 10 kilogramos por tonelada y en los ferrocarriles de 5, se desprende que estos últimos apenas producen 50 por 100 de economía en los gastos de transporte, y no los $\frac{5}{6}$ como siempre se había creído. Pero hay más: el esfuerzo de tiro llegaría casi á equipararse en los caminos de hierro y en los ordinarios; sería suficiente construir éstos con adoquines análogos á los de Metz, que exigen tracción de $\frac{1}{3}$, ú 11 kilogramos por tonelada para ruedas de 1^m,56, y disponer los vehículos de manera que aquéllas alcanzasen 3 metros de diámetro.

Demostrada la inexactitud de los números consignados por Morin, resta ver cuáles deberán adoptarse en la actualidad. Los experimentos hechos son tan numerosos como contradictorios, explicándose, sin embargo, muchas anomalías aparentes, por los perfeccionamientos que vehículos y firmes han ido recibiendo, y que justifican que, por lo común, disminuyan los tiros observados á medida que se refieren á época más moderna.

Hoy pasan como corrientes los guarismos que se consignan en este cuadro, relativos á carreteras afirmadas con piedra partida y á adoquinados:

DESIGNACIÓN DE VEHÍCULOS.	COEFICIENTES.	
	Macadam.	Adoquinados.
Carros de transporte .	0,030	0,017
Diligencias.....	0,030	0,020
Coches ligeros.....	0,036	0,034 á 0,037

Los números anteriores concuerdan con los hechos admitidos por todos, de que los adoquinados son mucho más favorables que los firmes ordinarios para el transporte de cargas pesadas; ventajosos también, aunque no en tan gran escala, para las diligencias, é indiferentes, desde el punto de vista del tiro, para los coches ligeros.

Como, en general, por un camino transitan vehículos de toda especie, se acostumbra tomar en las aplicaciones términos medios para el coeficiente de tracción f , y se hace

$f = 0,03$, en firmes de macadam,

$f = 0,02$, en adoquinados,

guarismos que se ajustan á los ensayos de Dupuit, y que equivalen á admitir que el tiro en terreno llano es de 30 ó 20 kilogramos por tonelada, respectivamente, en firmes de piedra partida ó en adoquinados.

De algunos experimentos, aunque pocos, parece resultar que el tiro es sólo de 6 kilogramos en enlosados bien contruidos, muy poco más que en los caminos de hierro. Respecto de firmes asfálticos y de tarugos, se carece de observaciones: Debauve cree que para los primeros pudiera adoptarse provisionalmente $f = 0,01$; pero no hay que olvidar (pág. 139) que la tracción es muy variable según la dureza de la pasta.

Ciñendo las comparaciones á los ferrocarriles, adoquinados y firmes de piedra machacada, resulta que las tracciones respectivas son proporcionales á los números 5, 20 y 30, ó para mayor sencillez, 1, 4 y 6. Las ventajas que reportan las diversas superficies

están, por consiguiente, lejos de guardar entre sí relaciones análogas á las de las durezas respectivas, que se miden aproximadamente por los números 36, 15 y 1. Compréndese que así ocurra, porque, conforme hace notar Dupuit, en ferrocarriles y carreteras hay que considerar la resistencia debida al roce de los muñones, y como en los vagones las ruedas son mucho más pequeñas que en los carros y mayor la sección del eje, aquel elemento puede valuar-se en los $\frac{2}{3}$ de la resistencia total en las vías férreas, mientras se reduce á $\frac{1}{3}$ en las ordinarias. De esta circunstancia se desprende que la repartición de carga que permita adelgazar los ejes y las modificaciones en los vehículos encaminadas á aumentar el diámetro de las ruedas, ofrecen mucho mayor interés en los caminos de hierro que en las carreteras.

II.—INFLUENCIA DE LAS PENDIENTES EN LA TRACCIÓN.

TIRO, FATIGA Y CARGAS.

Tiro.—Acaba de verse que el tiro ó esfuerzo de tracción en terreno horizontal puede representarse por fP , siendo f el coeficiente de rodadura y P la carga total arrastrada; pero si la rasoante forma el ángulo α con el horizonte, la fuerza P se descompone en una normal á aquella línea, cuya magnitud será $P \cos \alpha$, que reduce á $fP \cos \alpha$ el roce de rodadura; y otra igual á $P \sin \alpha$, que constituirá resistencia ó fuerza motriz, según que el movimiento sea ascendente ó descendente. De todo ello resulta que la tracción que habrá de desarrollar el motor para subir ó bajar la carga, será $fP \cos \alpha \pm P \sin \alpha$; mas á este binomio hay que agregar la componente paralela al movimiento, que produce el peso p del motor, ó sea $\pm p \sin \alpha$, componente que se suma á la análoga producida por el vehículo, y que obra en el mismo sentido que ésta. En resumen, la tracción, T , se expresa por la fórmula siguiente:

$$T = fP \cos \alpha \pm (P + p) \sin \alpha.$$

Como quiera que el ángulo α es, en general, muy pequeño, pues

no suele pasar de 3° y rara vez llega á 6° , no hay inconveniente en hacer $\cos \alpha = 1$ y $\sin \alpha = \text{tang } \alpha = h$, ó sea á la inclinación, por unidad, de la rasante: estas substituciones son tanto más admisibles, cuanto que el error que producen es mucho menor que el que se comete al fijar el valor del coeficiente f . La fórmula anterior puede, pues, escribirse así:

$$T = fP \pm (P + p) h \quad \text{ó} \quad T = (f \pm h) P \pm ph \quad (1).$$

Tampoco hay dificultad en suprimir el signo \pm , siempre que se convenga en considerar á h como positiva en las subidas y negativa en las bajadas. En el caso ordinario de estudiar la tracción en firmes de piedra partida, $f = 0,03$, y la expresión de T será:

$$T = (0,03 + h) P + ph \quad (2).$$

El esfuerzo de tiro en las bajadas, ó sea $fP - (P + p) h$, es positivo mientras $h < f \frac{P}{P+p}$; se anula para un valor particular de h , que se llamará i , dado por la relación:

$$i = f \frac{P}{P+p} \quad (3);$$

y es negativo cuando $h > i$. La interpretación de este resultado algebraico es que en el momento que la pendiente rebasa el valor de i , los motores tienen que ejercer esfuerzo de contención para contrarrestar la acción de la gravedad, esfuerzo tan penoso ó más que el de tiro, y que no pueden resistir sino dentro de ciertos límites. Si la pendiente es demasiado inclinada, la caballería y el vehículo son arrastrados por una fuerza constante, que es la diferencia entre el valor absoluto de T y el esfuerzo de contención; la velocidad se acelera y son muy de temer los accidentes en bajadas largas, los cuales se previenen con los frenos que ordinariamente llevan los carruajes (págs. 25 y 26).

También hay que hacer alguna advertencia respecto del esfuerzo de tracción en las subidas. La expresión $T = fP + (P + p) h$, no es aplicable más que para determinados valores de h , porque á medida que ésta crece, P disminuye y llega á ser nula, y desde ese momento cae por su base la fórmula.

Si se considera una rasante de longitud l , el trabajo mecánico del esfuerzo de tiro será:

$$Tl = fPl + (P + p) hl.$$

Llamando l', l'', \dots , las longitudes de las demás rasantes, y h', h'', \dots , las inclinaciones tomadas con los signos que correspondan, se tendrá:

$$\Sigma Tl = fP(l + l' + l'' + \dots) + (P + p)(hl + h'l' + h''l'' + \dots).$$

Parece á primera vista, y así lo establecen algunos autores, que, siendo $l + l' + l'' + \dots$ la longitud total, L , y $hl + h'l' + h''l'' + \dots$ el desnivel, H , entre el punto de partida y el de llegada, pudiera escribirse:

$$\Sigma Tl = fPL + (P + p)H \quad (4),$$

deduciéndose la peregrina consecuencia de que el trabajo motor sólo es función de la longitud y del desnivel de los puntos extremos, sin que influya el perfil longitudinal. Tal resultado, absurdo para mecanismos, lo es mucho más tratándose de motores animados, cuyos esfuerzos están siempre comprendidos entre límites muy próximos. La suma de términos no puede hacerse en esta forma, por dos razones: 1.^a, porque P , lejos de ser constante, depende de h y l ; 2.^a, porque los trabajos negativos correspondientes á bajadas en que $h > i$, no son en realidad trabajos motores, puesto que el tiro ha de contener al vehículo, desarrollando un esfuerzo que, como se ha dicho, es quizá más fatigoso que el de tracción. Existe siempre una distribución de rampas y pendientes que ocasiona la fatiga mínima al motor: el problema es muy interesante, y si bien no se ha resuelto aún en toda su generalidad, son tan notables los trabajos del Sr. Durand-Claye, que conviene darlos á conocer.

Fatiga.—Recordando que se llama *fatiga* (pág. 33) el trabajo necesario para vencer los de las resistencias orgánicas y la tracción, y representando por Kp , como se hizo en la Sección prime-

ra, el esfuerzo muscular de la caballería, indispensable para la progresión, escribe aquel Ingeniero:

$$\varphi = K_P l + \left[fPl + (P + p) hl \right],$$

denominando φ la fatiga en una rasante de longitud l é inclinación h .

En la longitud total, L , la fatiga, F , será:

$$F = K_P L + \Sigma \left[fPl + (P + p) hl \right],$$

en la cual, con arreglo á la segunda observación hecha en el párrafo anterior, todos los términos encerrados dentro del signo Σ deben tomarse en valor absoluto, aunque fueren negativos.

Si las pendientes son menores que i (3), los sumandos son todos positivos y la suma indicada será rigurosamente igual á la expresión (4). Pero el sistema no es aplicable en cuanto hay trabajos negativos, esto es, pendientes mayores que i : para tales rasantes supone Durand-Claye que se aprieten los frenos en las bajadas lo estrictamente necesario para anular la tracción, ó lo que es lo mismo, para hacer (poniendo explícito el signo de h):

$$fP - (P + p)h = 0,$$

lo que evidentemente equivale á tomar $h = i$.

El punto vulnerable de la teoría no podía ocultarse á la perspicacia del autor. En la práctica es imposible hacer funcionar los frenos con precisión matemática: ó se apretarán demasiado, exigiendo una tracción excesiva, ó quedarán flojos y será indispensable retener al vehículo. Admitiendo, sin embargo, la hipótesis, es claro que si el perfil longitudinal del camino se reemplaza con otro en que se substituyan con pendientes de inclinación i las bajadas que excedan de ese límite, conservando invariables los demás elementos, y si se llama Δ el desnivel ficticio entre los puntos extremos, se obtendrá:

$$F = K_P L + fPL + (P + p)\Delta = (K_P + fP) L + (P + p)\Delta.$$

Dividiendo los términos de la ecuación precedente por P , se conocerá la fatiga, Q , por unidad de peso bruto transportado de

un extremo á otro del camino, que será, llamando C á la relación $\frac{P}{p}$, ó sea á la carga específica arrastrada por cada unidad de peso del tiro:

$$Q = \frac{F}{P} = \left(\frac{K}{C} + f\right)L + \left(1 + \frac{1}{C}\right)\Delta \quad (5).$$

Límite de cargas.—La carga específica, C , depende, según se ha indicado, de la inclinación y longitud de las rampas. Con efecto: 1.º, el arrastre por una rampa de inclinación, h , exige el tiro $fP + (P + p)h$; y como esta cantidad no ha de pasar del mayor esfuerzo, Mp , que se pueda imponer á la caballería, se deduce que, por lo menos,

$$Mp = fP + (P + p)h, \text{ de donde}$$

$$C = \frac{P}{p} = \frac{M - h}{f + h} \quad (6).$$

2.º El esfuerzo, Mp , no es constante; puede oscilar entre límites algo separados, y llegar á un máximo tanto más grande cuanto menor sea la longitud ó tiempo en que se ha de desarrollar (pág. 33).

M , por consiguiente, es función de l (longitud de la rasante), aunque no se conoce la relación que liga á ambas variables, y C , en virtud de la última fórmula, depende explícitamente de h é implícitamente de l .

No hay bastantes ensayos para averiguar el enlace entre M y l : Durand-Claye ha manejado los pocos datos experimentales que se poseen para llegar á una relación empírica. De los trabajos de Devillers resulta que un caballo de 400 kilogramos de peso llega á desarrollar esfuerzo de 130, en rampas muy cortas; se tiene entonces que $400 M = 130$ y $M = \frac{1}{3}$, que será el máximo de M , aplicable sólo á longitudes muy pequeñas: Durand-Claye admite que para $l = 0$, $M = \frac{1}{3}$. En rampas largas, de 11 kilómetros, por ejemplo, el esfuerzo no debe pasar del normal en terreno llano, ó sea $\frac{p}{6}$, según los experimentos de Navier (pág. 33): de suerte que otro punto de la curva, representación gráfica de la expresión

que se busca, estará dado por las coordenadas $l = 11$, $M = \frac{1}{6}$.

Durand-Claye halla la ecuación de una parábola de eje paralelo al de las l , vértice situado á la distancia $\frac{1}{3}$ del origen y que pase por el punto antes indicado. La ecuación de la curva es:

$$\left(M - \frac{1}{3}\right)^2 = 0,0025 l,$$

ó considerando simplemente la rama inferior:

$$M = \frac{1 - \sqrt{0,023 l}}{3} \quad (7).$$

Esta expresión, no sólo satisface á las dos condiciones impuestas, sino á la de que para $l = 4,5$, $M\dot{p} = 90$ ó $M = 0,225$, resultado obtenido asimismo por Devillers.

Con la fórmula que precede se forma la siguiente tabla, que aunque no está comprobada por numerosos ensayos, puede admitirse en el estado actual de la cuestión:

l Kilóm. ²	M	l	M	l	M	l	M	l	M	l	M
0,0	0,333	2,0	0,261	4,0	0,232	6,0	0,210	8,0	0,190	10,0	0,173
0,1	0,317	2,1	0,260	4,1	0,231	6,1	0,209	8,1	0,189	10,1	0,172
0,2	0,311	2,2	0,258	4,2	0,230	6,2	0,208	8,2	0,188	10,2	0,171
0,3	0,306	2,3	0,257	4,3	0,229	6,3	0,207	8,3	0,188	10,3	0,170
0,4	0,301	2,4	0,255	4,4	0,227	6,4	0,206	8,4	0,187	10,4	0,170
0,5	0,297	2,5	0,253	4,5	0,226	6,5	0,205	8,5	0,186	10,5	0,169
0,6	0,293	2,6	0,252	4,6	0,225	6,6	0,204	8,6	0,185	10,6	0,168
0,7	0,291	2,7	0,250	4,7	0,224	6,7	0,203	8,7	0,184	10,7	0,167
0,8	0,288	2,8	0,249	4,8	0,223	6,8	0,202	8,8	0,183	10,8	0,167
0,9	0,286	2,9	0,247	4,9	0,222	6,9	0,201	8,9	0,183		
1,0	0,283	3,0	0,246	5,0	0,220	7,0	0,200	9,0	0,182		
1,1	0,280	3,1	0,244	5,1	0,219	7,1	0,199	9,1	0,181		
1,2	0,278	3,2	0,243	5,2	0,218	7,2	0,198	9,2	0,180		
1,3	0,276	3,3	0,242	5,3	0,217	7,3	0,197	9,3	0,179		
1,4	0,273	3,4	0,240	5,4	0,216	7,4	0,196	9,4	0,178		
1,5	0,271	3,5	0,239	5,5	0,215	7,5	0,195	9,5	0,177		
1,6	0,269	3,6	0,237	5,6	0,214	7,6	0,194	9,6	0,176		
1,7	0,267	3,7	0,236	5,7	0,213	7,7	0,193	9,7	0,176		
1,8	0,266	3,8	0,235	5,8	0,212	7,8	0,192	9,8	0,175		
1,9	0,264	3,9	0,234	5,9	0,211	7,9	0,191	9,9	0,174		

NOTA. Para todos los valores de l , superiores á 10,8, se hará $M = 0,167$.

Si se trata de calcular con estos datos la carga máxima que admitirá una caballería al recorrer un camino, cuyo perfil longitudinal se conozca, no hay más que ver los valores de M , que da la tabla anterior para la longitud de cada rampa ó sucesión de rampas no interrumpidas; substituir los guarismos hallados, á la vez que las inclinaciones correspondientes, en la fórmula (6) (página 297), y tomar para C el número menor de los que resulten. La carga máxima arrastrada por el motor será $P = Cp$.

En el caso de que en alguna pequeña parte del trayecto la inclinación de rasantes fuese tan considerable que obligase á reducir mucho las cargas, puede apelarse á reforzar los tiros para la subida de cuestas excepcionales, procedimiento usado en vías muy frecuentadas, en que cabe establecer el servicio con regularidad: en caminos de poco tránsito, las dificultades con que se tropieza suelen ser grandes. De todos modos, los refuerzos ofrecen los inconvenientes de que casi siempre pecan por exceso ó por defecto, y de que gravan á la tracción con sobreprecio de alguna entidad.

REDUCCIÓN DE PERFILES LONGITUDINALES Á TRAMOS Á NIVEL.

La reducción de una traza cualquiera á otra horizontal que exija la misma fatiga por parte de los motores, sería de gran utilidad para comparar, bajo el aspecto de la tracción, las diferentes soluciones admisibles en los estudios de carreteras. El problema no está resuelto, á lo menos con la exactitud que fuera de desear; pero conviene, sin embargo, reseñar brevemente las tentativas hechas por tres Ingenieros de Puentes y Calzadas: Favier, en 1841; Durand-Claye, treinta años más tarde, y Lechalas, en 1879.

Método de Favier (1).—Apenas se usa en la actualidad, y no se harán acerca de él sino ligeras indicaciones.

Si se representa por P el peso arrastrado en terreno horizontal, por un tiro á la velocidad v , en t horas al día, y se suponen determinadas dichas cantidades de suerte que correspondan al máximo de rendimiento, el trabajo útil desarrollado será Pvt ; en

(1) Favier, *Essais sur les lois du mouvement de traction*: París, 1841.

una rasante inclinada, los elementos varían y darán lugar á otro trabajo $P'v't'$: llamando R á la relación entre ambos,

$$R = \frac{Pvt}{P'v't'}$$

Si se llama G al gasto total diario de tracción, y g y g' respectivamente á los costes de conducción de la unidad de peso á la de distancia, en horizontal ó en tramo inclinado,

$$G = Pvg = P'v't'g', \text{ de donde } \frac{g'}{g} = \frac{Pvt}{P'v't'} = R.$$

Este coeficiente es el que trató de deducir Favier. Según él, en cualquier caso el máximo efecto útil corresponde á la mitad del tiempo, durante el cual puede caminar el motor, y que fija en 18 horas, siendo, por tanto, $t = t' = 9$ horas. El valor de R se reduce, por consiguiente, á $\frac{Pv}{P'v'}$.

Rechaza el autor la hipótesis de igualdad de las velocidades, porque equivaldría á tener que modificar á cada instante la carga ó el esfuerzo de tracción: admite, pues, que cambien las velocidades; pero considerando que, por lo común, la carga del vehículo es constante, hace $P \doteq P'$, y queda $\frac{g'}{g} = R = \frac{v}{v'}$. Redúcese el problema á determinar la relación de las velocidades más á propósito en tramos horizontales ó inclinados para utilizar hasta el máximo la fuerza de tiro, admitiendo la invariabilidad de cargas y horas de trabajo.

Favier intentó hallar la relación analítica entre esfuerzos y velocidades: los primeros los expresaba fácilmente en función de la pendiente y de la resistencia á la rodadura (fórmulas (1) y (2), pág. 294); para las segundas, ideó una teoría elegante, pero basada en hipótesis muy discutibles. No hay para qué entrar en desarrollos, bastando consignar que, en virtud de todos ellos, formó dos tablas de valores de R , la primera para rampas y la otra para pendientes. Establece que cuando éstas pasen de 0,03, se enfrenen los vehículos, pero nada más que lo necesario para reducir la tracción á la que exige una pendiente de aquella inclinación; des-

de este límite, no supone constante á R , sino que la aumenta con mucha lentitud, á causa de la mayor incomodidad que experimentan los motores.

La reducción de una traza á la horizontal equivalente es sencilla. Como $g' = Rg$, el coeficiente R representa en cada rasante la distancia horizontal que ocasionaría para el transporte de la unidad de peso el mismo gasto que la unidad de longitud en la rasante: por tanto, si l es el desarrollo de ésta, $lg' = Rlg$ será el gasto que exigirá la conducción de la unidad de carga en el tramo que se considera, y podrá suponerse constante el precio unitario g , aplicándolo á la longitud l . En resumen, Rl es la *distancia horizontal equivalente* que se busca. Haciendo operación análoga para todas las rasantes y sumando los resultados obtenidos, queda hecha la reducción completa.

El método de Favier ha caído en desuso por los muchos defectos de que adolece. Se citarán los siguientes:

1.º Las fórmulas á que llega son hipotéticas y dan lugar á consecuencias inaceptables, como la de que el recorrer una rampa de 0,02 de inclinación reclame gasto próximamente doble que igual trayecto horizontal.

2.º Prescinde en todos sus cálculos de un elemento tan importante como la longitud de las rampas.

3.º Supone una precisión inadmisibile en los frenos, inconveniente de que participa también el sistema descrito en las páginas 295 á 297 para hallar la fatiga.

Método de Durand-Claye.—Poquísimas palabras se requieren para explicarlo, conociendo ya, por el artículo precedente, los procedimientos propuestos por este Ingeniero para la determinación de fatigas y cargas. Deducida la carga específica máxima, según se reseñó (pág. 299), se calcula la pendiente i por la fórmula (3), página 294:

$$i = f \frac{P}{P + p} = f \frac{C}{1 + C}$$

Modifícase en seguida el perfil en la forma descrita en la página 296, y se conocerá el desnivel ficticio Δ .

La fatiga Q por unidad de peso bruto transportado de un ex-

tremo á otro del camino, está dada por la fórmula (5), página 297:

$$Q = \left(\frac{K}{C} + f \right) L + \left(1 + \frac{1}{C} \right) \Delta,$$

en la que C y Δ se han deducido, según acaba de indicarse; L es la longitud total; $f = 0,03$ en firmes de piedra partida; y K , coeficiente que varía con la naturaleza del motor y la velocidad á que marcha, puede hacerse igual á $\frac{1}{2}$, para el caballo que camina al paso, si bien con todas las salvedades que se hicieron en la página 34.

Determinada de este modo la fatiga, el problema se reduce á hallar la longitud horizontal Δ que produciría la misma. Llamando C_0 la carga específica correspondiente, es claro que deberá tenerse

$$Q = \left(\frac{K}{C_0} + f \right) \Delta, \quad \text{ó} \quad \Delta = Q \frac{1}{\frac{K}{C_0} + f}.$$

En un tramo horizontal continuo se admite que el esfuerzo de tiro fP es igual á $\frac{P}{6}$ (pág. 297), luego:

$$C_0 = \frac{P}{f} = \frac{1}{0,18} = \frac{1}{0,18}.$$

Substituyendo este valor en la fórmula precedente, y haciendo $K = \frac{1}{2}$, $f = 0,03$, se llega al resultado:

$$\Delta = 18 Q.$$

La longitud horizontal será, pues, el producto de la fatiga por 18.

El método de Durand-Claye es ingeniosísimo; pero, aparte de la hipótesis irrealizable sobre el modo de funcionar los frenos (pág. 296), obliga á aplicar valores numéricos de K y de las cargas específicas, basados en ensayos incompletos y heterogéneos, como repetidamente se ha indicado, y que no pueden admitirse sin toda clase de reservas.

Método de Lechalas (1).—PRINCIPIOS EN QUE SE FUNDA.

(1) La exposición de este método se toma de la obra de Durand-Claye.

—El Sr. Lechalas empieza por determinar la carga más adecuada para el perfil que se examina, esto es, la correspondiente al máximo efecto útil; calcula en seguida el esfuerzo que en cada punto tiene que ejercer el tiro; deduce la velocidad conveniente para que sea constante la fatiga, y con estos datos halla el tiempo invertido en recorrer el trayecto. Supone el gasto proporcional á la duración del trabajo, y, por tanto, que el coste de transporte de la unidad de carga útil se obtiene dividiendo por ésta el gasto total.

Parte el autor del principio de que dicho gasto varía en razón directa del peso de las caballerías; y para hacer comparables los resultados, refiérelas á una fracción de tiro representada por un número constante, que fija en 100 kilogramos y llama *quintal vivo*. Para unidad de cargas útiles adopta la tonelada métrica.

Como se consideran proporcionales el gasto y el tiempo, se limita á valuar la duración del transporte, llegando á un guarismo que denomina *tiempo de quintal vivo por tonelada útil transportada*, que no es otra cosa sino el cociente de dividir el tiempo invertido en el trayecto por la fracción de tonelada de carga útil arrastrada por cada 100 kilogramos de motor.

El método se funda en la investigación de un máximo, y requiere tanteos bastante largos. Los esfuerzos se calculan por la fórmula (1), página 294, pero expresándolos en kilogramos por quintal vivo; de suerte que llamando r á la inclinación de una rampa, se convierte aquélla en

$$T = (f + r) P + 100 r,$$

y se considera $T = 0$ cuando el segundo miembro se anula ó es negativo, es decir, si

$$-r > \frac{fP}{100 + P}.$$

El esfuerzo de tracción, T , y la velocidad, v , han de estar ligados por cierta relación, $v = \varphi(T)$, con la cual se logre que la fatiga permanezca constante.

En rampas de longitudes $l, l', \text{ etc.}$; á las velocidades $v, v', \text{ etc.}$,

por segundo, se invertirán tiempos iguales, respectivamente, á $\frac{l}{v}$, $\frac{l}{v'}$, etc., y la duración total del recorrido, Θ , será

$$\Theta = \Sigma \frac{l}{v}.$$

Representando por U la carga útil en toneladas, referida siempre al peso de 100 kilogramos de tiro, el tiempo de quintal vivo por tonelada útil vendrá dado, con arreglo á la definición, por $\frac{\Theta}{U}$. La carga útil U y el peso bruto P , expresado en kilogramos, supone Lechallas que están enlazados por la ecuación:

$$U = \frac{P - 30}{1.300}.$$

En cuanto á los valores de v correspondientes á los de T , se deducen gráficamente de la curva XY (fig. 73.^a), construída por puntos, con sujeción, hasta donde ha sido posible, á datos experimentales. Para $T = 0$, $v = 1^m,94$, que corresponde á una longitud de 70 kilómetros en diez horas de trabajo (pág. 34); para $T = 50$, esfuerzo igual á la mitad del peso del motor, $v = 0$; otros puntos se han deducido de ensayos diversos, pero sobre todo de los de Gasparin (pág. 32). Claro es que, con el auxilio de la curva, cabe formar la tabla siguiente para evitar la medición gráfica de ordenadas, y en la cual se harán las interpolaciones que se necesiten:

T Kilogramos.	v Metros por 1 ^h .	T Kilogramos.	v Metros por 1 ^h .	T Kilogramos.	v Metros por 1 ^h .
0	1,04	11	1,27	21	0,76
1	1,88	12	1,215	22	0,72
2	1,82	13	1,16	23	0,68
3	1,76	14	1,11	24	0,65
4	1,70	15	1,05	25	0,62
5	1,64	16	0,985	26	0,59
6	1,58	17	0,93	27	0,56
7	1,52	18	0,885	28	0,53
8	1,45	19	0,84	29	0,50
9	1,39	20	0,80	30	0,47
10	1,33				

Calculando los productos Tv , ó sean los trabajos mecánicos por segundo, puede trazarse otra curva OMX (fig. 73.^a), cuyas ordenadas son nulas para los valores ($T=0, v=1,94$), ($T=50, v=0$), y que presenta un máximo de 16 kilográmetros, correspondiente á $T=20, v=0,80$, todo lo cual está de acuerdo con el principio fundamental de que existen valores particulares de T y v que hacen máximo el producto, y que el trabajo útil disminuye con rapidez, hasta reducirse á cero, ya se aumente el esfuerzo de tiro ó la velocidad (págs. 31 y 32).

APLICACIÓN DEL MÉTODO.—Se escoge arbitrariamente el valor M del máximo esfuerzo (referido siempre al quintal vivo), que se supone ejercido en la rampa de mayor inclinación, R , del perfil. Se tendrá:

$$M = (f + R) P + 100 R, \text{ de donde } P = \frac{M - 100 R}{f + R}.$$

Este valor de P sirve para determinar el de T , en cada rasante; la curva ó las tablas dan las velocidades respectivas; determinánse los cocientes $\frac{l}{v}$, y se halla la suma Θ . Se calcula U , substituyendo el valor encontrado para P , en la fórmula que da aquélla en función de ésta, y se divide Θ por U .

Procediendo del mismo modo, se deducen distintos valores de $\frac{\Theta}{U}$, haciendo diferentes hipótesis respecto de M , hasta que se obtenga el mínimo del quebrado.

Los tanteos se simplifican, considerando: 1.º, que no es necesario ensayar valores de M inferiores á 20, porque á éste corresponde el máximo trabajo útil en todas las rasantes; 2.º, que tampoco hay que probar valores superiores á 30, que parece ser el mayor esfuerzo con que se puede contar (1); 3.º, que es inútil hacer M igual á números fraccionarios.

(1) Nótese que hay bastante analogía entre los dos límites prácticos de M (20 y 30) y los que se indicaron (pág. 297) para los esfuerzos normal y máximo del motor ($\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{2}$ de su peso).

De lo expuesto se deduce que á lo sumo se necesitarán once tanteos; pero es raro que no basten tres ó cuatro.

LONGITUD HORIZONTAL EQUIVALENTE.—No habrá más que determinar la longitud horizontal Λ , para la cual el transporte de una tonelada útil requiere el mismo tiempo de quintal vivo. En tramos á nivel se admite para M el guarismo que corresponde al máximo trabajo útil, es decir, 20, siendo la velocidad respectiva de 0^m,80: llamando, pues, P_0 el peso bruto en kilogramos, se tendrá que $M = 20 = fP_0$ ó $P_0 = \frac{20}{f}$, y la carga útil por quintal vivo

$U_0 = \frac{\frac{20}{f} - 30}{1.300}$. Por otra parte, si Θ_0 es la duración total del recorrido, expresada en segundos, $\Theta_0 = \frac{\Lambda}{0,80}$ y $\frac{\Theta_0}{U_0} = \frac{\Lambda}{0,80} \frac{1.300}{\frac{20}{f} - 30}$;

en firmes de piedra partida, $f = 0,03$ y, por tanto, $\frac{\Theta_0}{U_0} = 2,55 \Lambda$. Para que la longitud Λ equivalga, desde el punto de vista del tiro, á la del perfil que se considera, será preciso que $\frac{\Theta_0}{U_0} = \frac{\Theta}{U}$ ó $\Lambda = \frac{1}{2,55} \frac{\Theta}{U} = 0,39 \frac{\Theta}{U}$.

Hay que reconocer que el procedimiento de Lechallas participa á la vez de los principios en que se basan los de Favier y Durand-Claye: ofrece la ventaja respecto de aquél de que la investigación de velocidades convenientes se apoya en datos prácticos y no en fórmulas hipotéticas; se echa de ver el defecto esencial de no tener en cuenta las variaciones de fatiga, inherentes á la duración de esfuerzos de la misma intensidad, ó en otros términos, la longitud de las rasantes; las relaciones entre T y v no están comprobadas por suficiente número de ensayos, y, por último, los cálculos que requiere, aunque sencillos, pecan de difusos.

Resumiendo: ninguno de los métodos expuestos debe admitirse en absoluto; pero el de Durand-Claye es el que más utilidad presta en las aplicaciones, y sería bastante aceptable si se dispusiera de más elementos para fijar con alguna exactitud los valores numéricos de los coeficientes.

III.—ELECCIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE PENDIENTES.

Importancia del problema.—La fijación de la pendiente máxima que haya de adoptarse en el estudio de una carretera y el modo de distribuir las rasantes de diferente inclinación, son asuntos de interés capital y que influyen de manera decisiva en los servicios que, como instrumento industrial, haya de prestar el camino. Por mucho tiempo, hasta bien entrado este siglo, los Ingenieros consagraban atención preferente á la planta de la vía, sacrificando el perfil longitudinal: recórranse las carreteras antiguas, y se verá que con tal de no quebrar largas alineaciones rectas, no se vacilaba en subir y bajar laderas por líneas próximas á las de pendiente máxima. El sistema debe proibirse, pues, como con razón decía Dumas, una traza ondulada, cuyos elementos no formen ángulos grandes con la recta que une los extremos, apenas aumenta el recorrido en $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{6}$, gravando en la misma relación los gastos de transporte. Por el contrario, rampas algo inclinadas ocasionan incrementos notabilísimos: basta para convencerse recordar que el esfuerzo de tiro en función de la carga, la pendiente por unidad y el peso del motor, es, para firmes de macádam (fórmula (2), pág. 294):

$$T = (0,03 + h) P + ph.$$

Con sólo hacer $h = 0,03$, la tracción es más de doble que en terreno llano; pasa del triple para $h = 0,06$, y del cuádruplo para $h = 0,09$. Como el esfuerzo de las caballerías no puede variar en proporciones tan considerables, hay que recurrir á rebajar las cargas; pero el resultado económico, ó sea el coste de transporte de la unidad de peso útil, crece siempre con rapidez extraordinaria. Cuantos esfuerzos se hagan, pues, para reducir las pendientes, estarán bien justificados.

Mas no es el tiro ó la entidad de la carga las únicas circunstancias á que hay que atender al fijar la inclinación máxima: las condiciones topográficas de la zona oponen con frecuencia obstáculos

tales que, so pena de gastos inadmisibles para el establecimiento del camino, se tienen que forzar las rasantes, aunque sea en perjuicio del tráfico. Estas ligerísimas ideas son más que suficientes para que se comprenda la imposibilidad de poder dar reglas fijas para la elección de pendientes, pues que han de influir en ella multitud de elementos.

Lo que sí procede sentar desde luego, es que en vías de mucha frecuentación, no ha de dudarse en suavizar las rasantes hasta donde sea dable, en el sentido económico de la palabra: preferible será aumentar los gastos de construcción á que grandes masas de productos adquieran sobrepuestos de cuantía á causa de los transportes. Es evidente que ambos factores, tiro y establecimiento, y aun la conservación del camino, habrán de considerarse á la vez para decidirse por una solución: el problema, bajo el aspecto teórico, es fácil de plantear, como se verá en el estudio de comparación de trazos; pero en la práctica resulta casi imposible adquirir pleno convencimiento de que la elección hecha sea la más oportuna para los intereses generales.

Otra advertencia ocurre consignar, que aconseja asimismo huir de adoptar inclinaciones fuertes. Es notoria la transformación que se ha iniciado, y que sin duda tomará gran vuelo en lo por venir, en las carreteras ordinarias (pág. 6): en cuanto el tráfico se desenvuelve, tiéndese á sustituirlas con líneas más perfeccionadas y de mayor potencia de arrastre, tranvías ó ferrocarriles económicos. Esta previsión debe contribuir á que se estudie con ahinco el perfil longitudinal, procurando desechar las rasantes que en su día puedan crear dificultades serias para el aprovechamiento de la plataforma, y obliguen á modificar profundamente la traza del camino.

Si, como se ha indicado, la topografía impone, en cierta medida, la inclinación á que se ha de llegar en las rasantes, es indudable que influirá más aún en la manera como éstas se distribuyan. Muy conveniente sería, bajo el aspecto de la tracción, que las rampas más fuertes no se encontrasen en el sentido en que se transporten las cargas de mayor peso, y en general, que en esta dirección se necesite esfuerzo de tiro más pequeño; pero en casi todos los casos hay que ceñirse á las circunstancias del terreno,

incompatibles á menudo con la comodidad y baratura de los arrastres.

En suma, las reglas que cabe establecer son en corto número: se reseñarán, procurando motivarlas.

Fijación de la pendiente máxima.—Desde el punto de vista de la tracción, no debiera pasar la inclinación del límite en que aquélla se anula, y que es (fórmula (3), pág. 294):

$$i = f \frac{P}{P + p},$$

en la que f representa el coeficiente de rodadura, y P y p , respectivamente, los pesos de la carga y el motor. Tratándose de firmes de piedra machacada, $f = 0,03$ é i se diferenciará poco de 0,025, ó sea de 2,5 por 100. Obsérvese de paso que, á medida que se conservan mejor las carreteras, disminuye f , y, por tanto, la pendiente límite, lo que prueba que ciertas inclinaciones que hoy parecen exageradas, no lo eran en realidad en la época que se construyeron los caminos en que se encuentran.

No pasando del valor de i , se lograría la gran ventaja de que todos los vehículos pudieran prescindir de frenos, que se estropean pronto y ocasionan deterioros en las llantas y firmes, en especial cuando se aprietan mucho ó se usa plancha. Por otra parte, en las bajadas no tendrían los motores que contener los carruajes, esfuerzo penoso para ellos, sobre todo, cuando van enganchados en varias filas, pues entonces las caballerías de varas ó de lanza son las únicas que pueden ejercerlo: en las rampas la tracción se hace en buenas condiciones y sin exceder de los límites normales.

Los razonamientos que anteceden se aplican siempre que las caballerías marchen al aire de paso; pero se supondrá ahora que vayan al trote, es decir, que se trate de carruajes de viajeros. Estos vehículos se construyen y conservan con esmero; puede contarse siempre con la acción del freno, y si algunos carecen de este aparato son coches muy ligeros, en que se dispone de fuerza de tiro relativamente considerable: por todos estos motivos las bajadas no ofrecen dificultad, aunque la inclinación rebase la de

2,5 por 100 y llegue á ser de 6 ó 7. Pero en las subidas la experiencia demuestra que en rampas de 0,03 con cargas moderadas, se mantiene durante algún tiempo el aire de trote, siendo indispensable reducir la pendiente á 0,02 ó 0,025 para que aquél se mantenga en todo el trayecto. Esta consideración induce, por tanto, á aceptar el mismo límite, ó sea i , para cualquier clase de vehículos.

En terrenos quebrados, á menos de alargamientos ó gastos enormes, es imposible ceñirse á inclinaciones tan exiguas; y para establecer la máxima admisible, aparte de la circulación probable y de las condiciones topográficas, hay que atender á las pendientes de las buenas carreteras de la comarca, en particular de las que afluyan ó sean cruzadas por la que se proyecta. Oportuno será que las que se adopten no sean superiores á aquéllas, pues de lo contrario pudiera ser preciso disminuir las cargas en el camino nuevo, con grave daño del tránsito que lo utilizase á la par que otro ú otros de los ya construídos. No hay más que recordar la fórmula (6), página 297:

$$C = \frac{P}{p} = \frac{M - h}{f + h},$$

para comprender la exactitud del aserto.

De ordinario, las mayores pendientes no han de ser superiores al 6 ó 7 por 100: no obstante, en virtud de los principios que se han dado á conocer en el artículo 2.º de este capítulo (págs. 297 y 298), no ocasionará obstáculo grave alguna rampa más inclinada, siempre que su longitud sea muy pequeña, pues con esta condición la podrá salvar el tiro que, como se sabe, es susceptible de desarrollar esfuerzos bastante mayores que los normales, en cortos períodos de tiempo. En corroboración del límite que se ha señalado, se demostrará que es aceptable para carros de transporte al paso y para coches arrastrados al aire de trote.

Respecto de los primeros, si son de un solo motor ó de varios en una fila, bajan las pendientes sin necesidad de freno, porque la fuerza de retención que han de ejercer aquéllos es igual ó difiere poco de la que reclama el tiro en tramos horizontales: el descenso

se efectúa con seguridad. Si las caballerías se enganchan en varias filas, no debe prescindirse de frenos.

Las subidas exigen disminución de cargas, con relación á las usuales en horizontal; pero si se cuida de que las rampas más pronunciadas no sean demasiado largas, el mayor esfuerzo exigible hará que las reducciones no influyan muy desfavorablemente en el coste de los transportes.

Los coches de viajeros, por sus condiciones y por el exceso de fuerza de que disponen, bajan al trote sin peligro cuestas de 0,06 ó 0,07 de inclinación, conforme se dijo en renglones anteriores. No acontece lo propio en las subidas: en el momento que la rampa excede de 0,03, no es posible más aire que el de paso, como no sea durante cortísimo tiempo; pero, en cambio, al disminuir la velocidad, se cuenta con la parte de energía que se empleaba en mantener el trote, y que permite á los motores salvar con holgura tramos relativamente penosos, como son los de rasantes al 6 y 7 por 100.

Distribución de pendientes.—Está subordinada, por lo común, á la constitución topográfica de la zona, y sólo pueden darse cinco reglas generales:

1.^a En el perfil no ha de trazarse ninguna rasante que por su ángulo con el horizonte ó su longitud obligue á disminuir las cargas en todo el recorrido ó á emplear refuerzos para la tracción. Esta advertencia es de igual índole que la que se hizo respecto á las pendientes del camino proyectado con relación á las de la red construída en la comarca.

2.^a Á menos que las inclinaciones no pasen del límite i , se ha de procurar no bajar inútilmente para subir después, ó viceversa. Es claro que, si no se atiende á este precepto, se aumenta la fatiga ocasionada por la contención en el descenso, aun cuando se atenúe enfrenando, y crece también la producida al subir. Aceptando la teoría de Durand-Claye, se recordará que la fatiga (fórmula (5), pág. 297) es:

$$Q = \left(\frac{K}{C} + f \right) L + \left(1 + \frac{1}{C} \right) \Delta,$$

en la que Δ representa el desnivel ficticio que resulta de reemplazar en el perfil con tramos de inclinación i todas las bajadas que

excedan de ella. Estas rasantes hacen subir el valor algebraico de Δ y, por tanto, la fatiga.

3.^a En terrenos llanos ó poco ondulados gana la tracción estableciendo pendientes y contrapendientes, de inclinación muy pequeña, con preferencia á largos tramos horizontales, porque la práctica demuestra que los motores trabajan mejor cuando gozan de descansos relativos y no se ven obligados á que por mucho tiempo funcionen de igual manera sus músculos. Se logra á la vez el beneficio de facilitar el desagüe del camino, que tiende á encharcarse en las partes á nivel, en particular en localidades húmedas. En atención á esta circunstancia, procede disponer los tramos horizontales en terraplén ó terreno natural y nunca en trincheras profundas. También debe recomendarse que en estas últimas se cuide de no colocar en puntos bajos los cambios de rasante, á fin de evitar que se forme una especie de cubeta, que impida la rápida evacuación de las aguas hacia los costados.

4.^a En zonas quebradas no es admisible la sucesión de rampas y pendientes, que alargarían la longitud, produciendo aumento innecesario de fatiga, á tenor de lo consignado en la regla 2.^a; pero para comodidad de los motores, en vez de una sola rasante, conviene trazar varias de pendientes desiguales, forzando la inclinación de algunas, respecto á la que correspondería á la rasante única. En ciertos casos, como en las inflexiones bruscas de las reueltas, hasta es ventajoso el establecimiento de tramos horizontales: éstos, y en general todos los destinados á descanso relativo de los motores, deben proyectarse, á ser posible, en el cruce de arroyadas ó barrancos ó en la cabeza redondeada de los contrafuertes.

5.^a No deben aceptarse, por lo general, encuentros de rasantes formando ángulo entrante en desmontes ó saliente en terraplenes, pues en ambos casos se aminoran las inclinaciones y las obras de explanación, admitiendo una rasante más, que podrá ser la que enlace las intersecciones del eje con las líneas del terreno natural. Los ángulos entrantes en desmontes ofrecen además los inconvenientes señalados en la regla 3.^a

Resumen.—Todo lo expuesto se resume en los principios siguientes:

1.^o Reducir en lo posible las pendientes, sobre la base de que

lo mejor es no exceder de la inclinación de 2,5 ó 3 por 100, pero que se puede llegar sin dificultad, en países escabrosos, hasta 6 ó 7, y aun rebasar este límite en tramos cortos.

2.º Cuidar de que las rasantes no sean más pronunciadas que las de las carreteras de la zona, procurando, por el contrario, hacerlas más suaves.

3.º Tener muy en cuenta al fijar la pendiente máxima, la cuantía probable de la frecuentación, á fin de que no resulten gravámenes demasiado sensibles en grandes masas de transporte.

4.º Evitar rampas aisladas que por su pendiente ó longitud encarezcan el movimiento en toda la extensión del camino.

5.º Proscribir subidas y bajadas innecesarias, siempre que las inclinaciones de las rasantes pasen del 3 por 100.

6.º Reemplazar los tramos horizontales largos con pendientes y contrapendientes muy tendidas.

7.º Quebrar las rasantes de mucha longitud, substituyéndolas con varias de inclinaciones distintas.

8.º Disponer las rasantes de suerte que no se corten en ángulo entrante en los desmontes ni saliente en los terraplenes.

IV.—INFLUENCIA DE LAS CURVAS.

Inconvenientes de las curvas.—Es evidente que la planta del eje de la carretera no puede ser la línea quebrada que forman las alineaciones rectas: cada dos consecutivas de éstas se tienen que enlazar por un arco tangente á ambas, que es, por lo común, circular ó parabólico. Estas curvas ocasionan á la tracción incomodidades y resistencias suplementarias, tanto mayores cuanto más cerradas aquéllas ó cuanto menor sea el radio en arcos circulares.

Se examinarán los diversos efectos producidos por las curvas.

1.º El tiro tiene que colocarse en dirección de las cuerdas del arco, lo que no presenta graves dificultades para la tracción si no son muchos los motores; pero en caso contrario, y sobre todo en las reatas, el esfuerzo de una caballería se transmite oblicuamente á la que va detrás, la cual tiene que consumir parte del suyo en

oponerse á la acción que tiende á derribarla. La consecuencia natural es que la fuerza de arrastre disminuye, siendo muy sensible el efecto en curvas de radio pequeño por la mayor oblicuidad de las sacudidas.

2.^o Las curvas de poca amplitud presentan dificultades para el cruce de los carruajes, en particular si los motores están dispuestos en varias filas. Nada ocurriría si se colocaran en dirección de una curva concéntrica al eje del camino; pero lo que pasa es que la caballería delantera tiende á separarse del eje y hace que se desvíe todo el tiro, ocupando zona más ancha de la plataforma. Para que dos vehículos se crucen con comodidad, es indispensable que los conjuntos de cada uno de ellos y sus motores permanezcan inscritos en la mitad de la anchura del afirmado, condición que requiere, en caminos estrechos, curvas abiertas.

3.^o Ordinariamente en los vehículos, los ejes son fijos y locas las ruedas. Cuando tienen cuatro de éstas, como el juego delantero gira alrededor de la clavija maestra (pág. 23), los dos ejes pueden formar cualquier ángulo entre sí y tomar constantemente la dirección de los radios de curvatura de la alineación: en realidad no existe roce de deslizamiento. Cada rueda se mueve con independencia de la montada en el mismo eje, de suerte que la exterior da mayor número de vueltas que la otra, porque recorre más longitud á igualdad de tiempo. Mas si no hay deslizamiento, en el sentido estricto de la palabra, en un instante cualquiera se efectúa un ligero giro de la rueda alrededor de la vertical, puesto que sólo en línea recta puede rodar un cilindro sobre un plano. El efecto del giro se percibe con claridad si se observa un carruaje al dar la vuelta completa: cuando pasa por una curva, el cambio de dirección y el giro son progresivos, y la amplitud total de éste se mide por el ángulo en el centro. La rotación ocasiona un rozamiento tanto mayor cuanto más pequeño es el diámetro: no tiene gran importancia y carece de interés el determinarlo.

4.^o El mayor inconveniente de las curvas es la exposición á vuelcos en los carruajes que marchan con mucha rapidez. La fuerza centrífuga que se desarrolla se aplica al centro de gravedad y en dirección del radio, esto es, transversalmente al movimiento: dicha fuerza, al componerse con el peso, da una resultante

oblicua que, si encuentra al firme fuera de la batalla, hace volcar al vehículo. Aun cuando no se llegue á este extremo, por la poca intensidad de la resultante, el efecto resulta siempre pernicioso, porque el vehículo es empujado en sentido transversal, y si la acción excede al roce de las ruedas con el suelo, se coloca atravesado, resultando para el tiro una resistencia suplementaria, que molesta y fatiga á los motores.

En los coches de cuatro ruedas, el centro de gravedad está próximo á la parte trasera, que es la más cargada; la fuerza centrífuga la hace girar alrededor de la clavija maestra, y la caja tiende á colocarse de través, produciéndose movimientos bruscos que en las bajadas son á veces causa de accidentes.

En cuanto dicha fuerza es de cierta entidad, las personas que ocupan los vehículos experimentan sensaciones desagradables, parecidas á las que resultarían de esfuerzos que se dirigieran á lanzarlas de sus asientos.

Todos estos hechos desaparecen sensiblemente con curvas de radio grande, lo que no es de extrañar recordando que la expresión de la fuerza centrífuga es $\frac{mv^2}{R}$.

5.º Los inconvenientes señalados en los números anteriores suben de punto si se disponen seguidas dos curvas de pequeño radio y de convexidad en diferente sentido, á las que suelen darse los nombres de *curva* y *contracurva*. Semejante traza debe prohibirse en absoluto, estableciendo entre los dos arcos una alineación recta de 20 metros, por lo menos, de longitud.

6.º También aumentan los obstáculos propios de las curvas cuando se agregan á los inherentes á rasantes muy inclinadas. Procede estudiar con detención el modo de no acumular dificultades; pero en terrenos abruptos, al apoyarse la traza en laderas escarpadas y al cambiar bruscamente de dirección en las revueltas, suele no ser posible evitar el empleo simultáneo de pendientes fuertes y curvas cerradas. En el último caso citado ya se indicó (pág. 312) la conveniencia de situar las inflexiones en tramos á nivel ó ligeramente inclinados; cabe además, en obsequio á la seguridad del tránsito y á la comodidad de la tracción, ensanchar lo bastante el camino en aquellos puntos, para que, al

cambiar de dirección el tiro, pueda quedar inmóvil unos instantes el vehículo hacia la mitad del arco.

Límites de los radios.—Se ha visto que para disminuir los inconvenientes que ofrecen las curvas deben trazarse con suficiente amplitud; pero, por otra parte, cuando la alineación recta se interrumpe es por la necesidad de contornear obstáculos naturales y, por tanto, bajo el aspecto económico, conviene disminuir los radios todo lo posible. Para saber hasta qué punto deben sacrificarse condiciones tan opuestas, no hay más medio que averiguar el límite prudencial de reducción de radios que permita el movimiento de carruajes en circunstancias aceptables. La práctica demuestra que con tal que el radio no baje de 30 metros, los obstáculos reseñados no son insuperables para vehículos pesados ó ligeros, siempre que en estos últimos no exceda la velocidad de 12 kilómetros por hora: si la marcha es más rápida, de 15 ó 16 kilómetros, el radio mínimo puede fijarse en 50 metros.

En terrenos excepcionalmente quebrados, en que los trabajos de explanación son muy costosos, llegan á admitirse curvas de 25 y 20 metros: en estos casos, para precaver accidentes, es indispensable disminuir la velocidad de los carruajes de viajeros.

La experiencia acredita que el movimiento por curvas de radios superiores á 50 metros, se verifica con idéntica facilidad que en alineaciones rectas.

Resumen.—1.º Por lo general, deben trazarse las curvas con radios que no bajen de 50 metros; pero en terrenos ásperos, puede descender el mínimo hasta 30.

2.º No hay dificultad en adoptar curvas y contracurvas seguidas cuando los radios pasen de 50 metros; de lo contrario, se ha de intercalar una recta de 20 metros de longitud mínima.

3.º Se ha de procurar que no coincidan pendientes fuertes con curvas cerradas.