

presentar, a los cuales se puedan referir posteriormente todos los detalles del terreno por medio de los trabajos topográficos, de que más adelante se hará mención. Esto se consigue cubriendo la zona cuyo mapa se trata de construir con una red continua de triángulos, cuyos vértices están constituidos por cumbres de las más elevadas de las diversas sierras y macizos montañosos que accidentan el país, de entre las cuales se escogen las más convenientes para que los triángulos obtenidos se aproximen cuanto sea posible a la forma equilátera, y la longitud de sus lados quede siempre comprendida entre límites constantes.

Procediendo de esta forma, se comienza por establecer una red geodésica o triangulación de primer orden, en la que es necesario determinar con la máxima precisión los valores de las proyecciones horizontales de las longitudes de los lados de cada triángulo y la amplitud de sus ángulos.

30.—*Triangulación geodésica de primer orden.*—

La medición sobre el terreno de la amplitud de la proyección horizontal de los ángulos de los triángulos que forman la red se obtiene directamente por medio de la observación con el teodolito, aparato cuya descripción consideramos que excede de las dimensiones de este Manual, pero que puede verse en cualquier tratado de geodesia o de topografía. Por el contrario, no es posible obtener directamente sobre el terreno la longitud de los lados de los triángulos, dada la gran distancia que separa entre sí a los vér-

tices y la accidentación del suelo. Además, por la gran extensión que cubre una red geodésica de primer orden, no es posible hacer abstracción de la forma esférica de la tierra, así que, en realidad, los triángulos de dicha red no son planos, sino esféricos.

La trigonometría da fórmulas que permiten calcular los valores de dos lados de un triángulo siempre que conozcamos el del tercer lado y los dos ángulos adyacentes a éste. Por consiguiente, para el cálculo de los elementos de una red de triángulos será necesaria y suficiente la medición directa tan sólo de un lado del primer triángulo, puesto que conocido aquel lado y medidos con el teodolito sus ángulos, podrán calcularse los valores de los otros dos lados, cada uno de los cuales servirá de partida para el cálculo de un triángulo contiguo al primero, y así sucesivamente.

Pero por las razones antes expuestas, es imposible la medición directa sobre el terreno del primer lado necesario para el cálculo de toda la red, lado al que en una red de primer orden hay que suponerle una longitud media de 40 a 50 kilómetros. Esta dificultad se vence midiendo una *base*, o lado de 10 a 15 kilómetros, elegida en un paraje lo más llano posible, cuya medición se hace directamente y con gran precisión por medio de las reglas geodésicas, base que, por intermedio de unos triángulos auxiliares, se enlaza con un lado de la red de primer orden, el cual sirve de partida para el cálculo de toda la triangulación.

Sea BB' (fig. 31) la base medida directamente sobre el terreno. Se elegirá otro punto, tal como el M para

formar el triángulo $BB'M$, y midiendo con el teodolito sus ángulos se tendrán los elementos necesarios para calcular trigonométricamente las longitudes de los lados BM y $B'M$. Análogamente, fijando otro punto N , se podrán calcular los lados BN y $B'N$. Ahora bien, en los triángulos BMN y $B'MN$ se conocen los lados BM , BN , $B'M$ y $B'N$ y todos sus ángulos, medidos éstos en el terreno, elementos con



Fig. 31.

los cuales se puede calcular el lado MN por separado en cada uno de aquellos dos triángulos, con la consiguiente comprobación. Uniendo luego los dos puntos M y N con los extremos L y L' de un lado de la red de primer orden, se formarán los triángulos LMN y $L'MN$, en los que conocido por el cálculo anterior la longitud de MN se podrán hallar los valores de los lados LM , LN , $L'M$ y $L'N$. Por último, conocidos estos cuatro lados en los triángulos LMN y $L'NL'$, se obtendrá por el cálculo la longitud del

lado de la red $L L'$, con cuyo valor y sin más que medir sobre el terreno todos los ángulos de la red, será posible calcular todos los lados de los triángulos que la forman.

Como tanto la medición de los ángulos de los triángulos como el cálculo de sus lados están afectados de errores (aunque pequeñísimos) a causa del límite de apreciación de los aparatos y de la naturaleza del cálculo logarítmico, la sucesiva acumulación de dichos errores en una red de gran extensión puede llegar a producir errores inadmisibles en los valores de los últimos lados calculados. Por este motivo, a modo de comprobación y para poder compensar errores, se fijan en los puntos más distantes de la base fundamental medida otras bases secundarias, enlazadas, como antes se ha explicado, con los últimos lados de la red de triángulos, bases cuyas longitudes se obtienen directamente en el terreno y por el cálculo de los triángulos de que forman parte; la comparación de las longitudes obtenidas por cada uno de estos dos métodos servirá para comprobar la bondad del cálculo de la red.

31.—*Triangulaciones geodésicas de segundo y tercer orden.*—Los vértices de la red geodésica de primer orden se hallan separados entre sí por distancias demasiado grandes para que en cualquier zona del país cuyo mapa se trata de construir se encuentre siempre un vértice al cual puedan sujetarse los itinerarios topográficos seguidos en el terreno. Para hacer